

日本テスト学会

因子分析法

その1 因子分析の発展をめぐって

その2 因子分析Q&A

2009/12/12:

於: 早稲田大学教育学部

柳井晴夫(聖路加看護大学)



私の経歴

1959年 東大教養学部理科1類入学

1965年 東大教育心理学科卒業(卒業まで6年?)

1967年 東大大学院教育学研究科修士卒

1970年 同大学院博士課程単位取得の上退学

1972年 教育学博士(適性診断における多変量解析の研究)

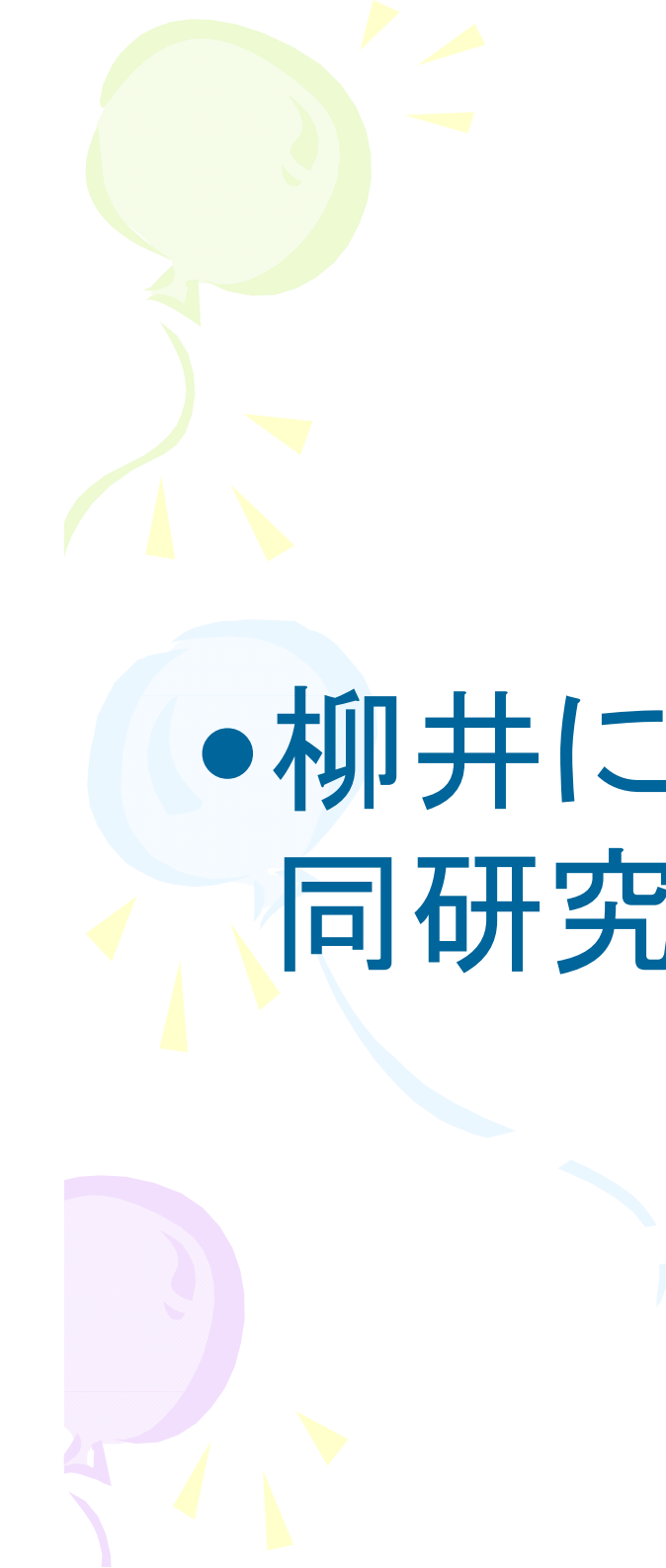
1970年~77年: 東大医学部保健学科疫学教室助手

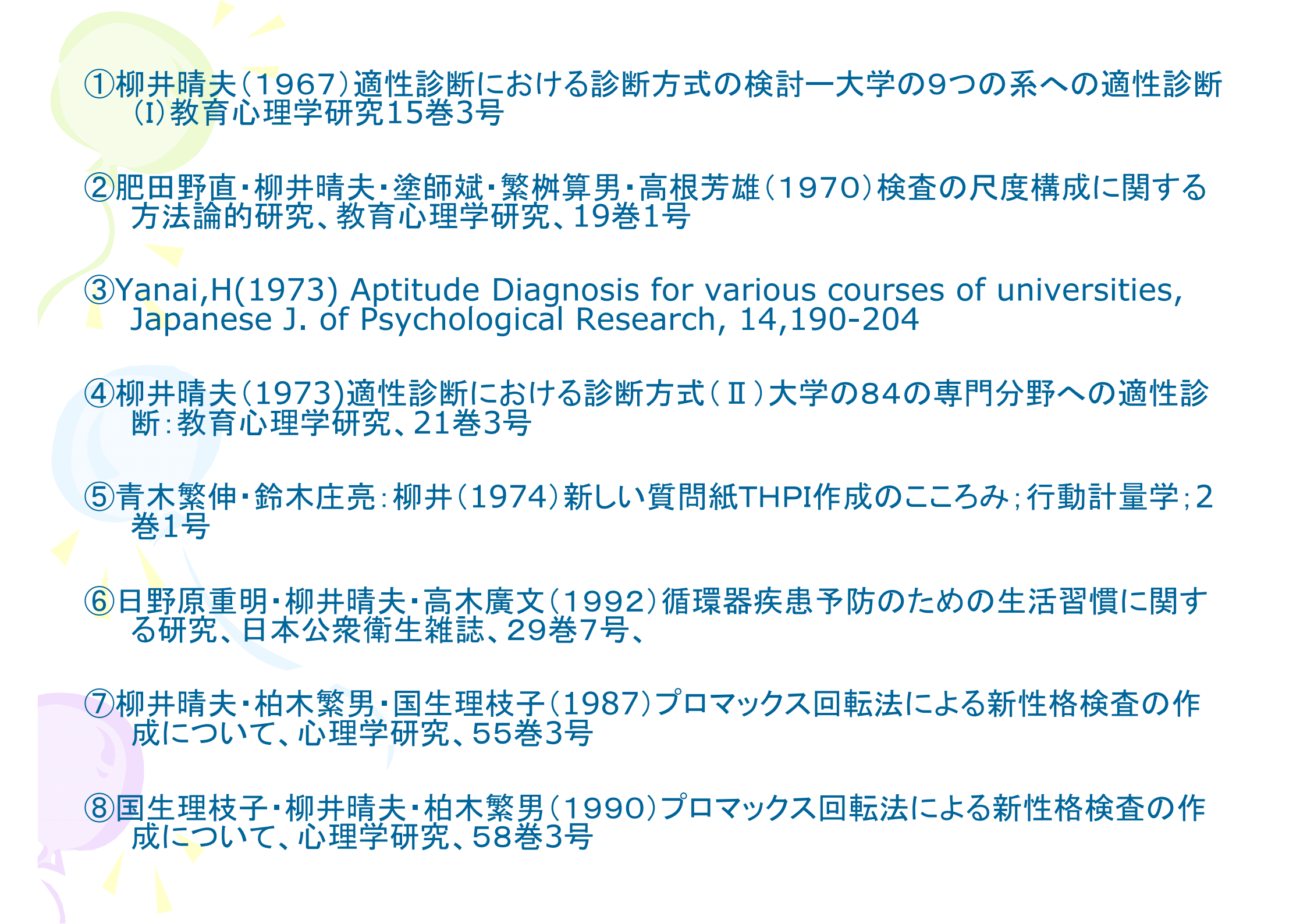
1983年 医学博士(ガンの年度別部位別年齢別多変量解析)

1977年~86年: 千葉大学文学部行動科学科助教授: 教授

1986年~2006年 大学入試センター研究開発部教授

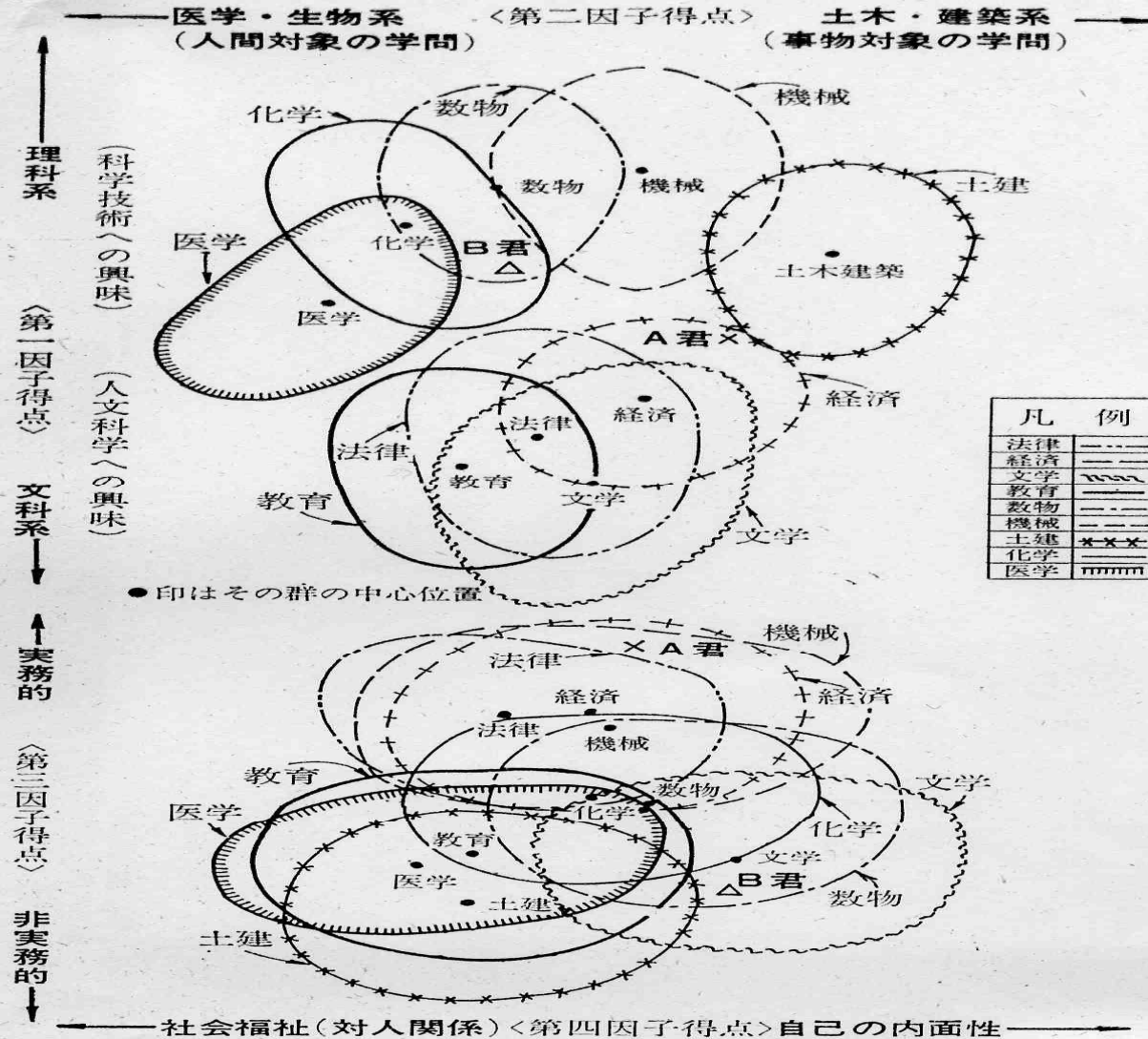
2006年~現在: 聖路加看護大学教授(大学院担当)

- 
- A decorative graphic on the left side of the slide featuring three balloons: a green one at the top, a light blue one in the middle, and a purple one at the bottom. Each balloon has a long, thin streamer and is surrounded by several small, yellow, triangular shapes that resemble confetti or streamer tassels.
- 柳井によるテスト開発研究（共同研究を含む）

- 
- ①柳井晴夫(1967)適性診断における診断方式の検討—大学の9つの系への適性診断
(I)教育心理学研究15巻3号
 - ②肥田野直・柳井晴夫・塗師斌・繁榊算男・高根芳雄(1970)検査の尺度構成に関する
方法論的研究、教育心理学研究、19巻1号
 - ③Yanai,H(1973) Aptitude Diagnosis for various courses of universities,
Japanese J. of Psychological Research, 14,190-204
 - ④柳井晴夫(1973)適性診断における診断方式(Ⅱ)大学の84の専門分野への適性診
断:教育心理学研究、21巻3号
 - ⑤青木繁伸・鈴木庄亮:柳井(1974)新しい質問紙THPI作成のころみ;行動計量学;2
巻1号
 - ⑥日野原重明・柳井晴夫・高木廣文(1992)循環器疾患予防のための生活習慣に関す
る研究、日本公衆衛生雑誌、29巻7号、
 - ⑦柳井晴夫・柏木繁男・国生理枝子(1987)プロマックス回転法による新性格検査の作
成について、心理学研究、55巻3号
 - ⑧国生理枝子・柳井晴夫・柏木繁男(1990)プロマックス回転法による新性格検査の作
成について、心理学研究、58巻3号

第3章 大学の学部・学科選択と適性

図 3.7 第1, 第2, 第3, 第4因子によるグラフ



■ 柳井晴夫(1967)適性診断における診断方式の検討—
 ■ 大学の9つの系への適性診断(I)教育心理学研究15巻3号

Table 1-a

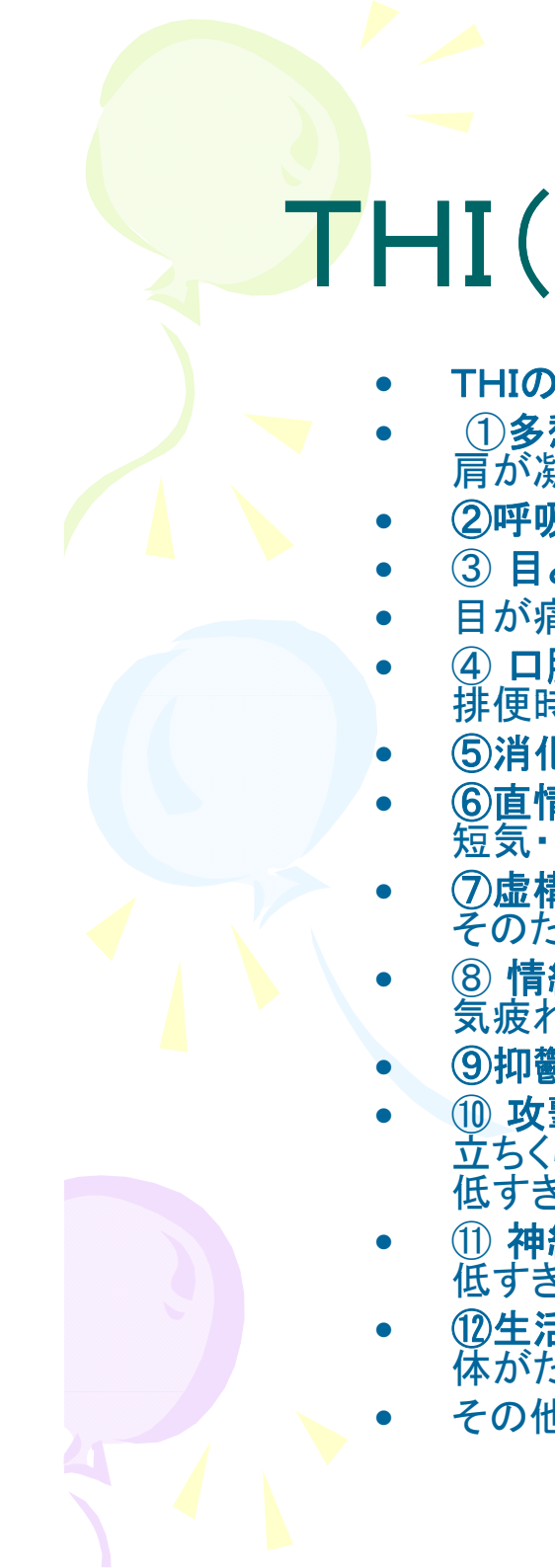
Factor pattern coefficients of 120 items by means of Promax rotation (I)

Factor pattern coefficients of 120 items by means of maximum likelihood method														
因子	項目番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	共通性
社会的外向性尺度	118	67	-09	03	-02	-08	09	16	-06	02	00	12	-01	562
	114	63	07	05	00	-08	-08	13	11	-16	13	-03	-00	565
	J	61	04	-07	09	12	-07	-01	03	05	-01	-12	-02	446
	105	59	04	-12	-16	13	-07	05	03	-05	-00	12	05	454
	27	-59	-08	13	00	-14	01	02	07	-00	12	23	05	429
	66	50	18	04	07	-01	-07	17	-00	-10	02	-10	07	471
	79	50	05	06	-02	-14	09	27	03	-01	-07	05	-09	377
	40	41	-04	21	14	-12	02	04	-11	-04	11	10	-05	372
	92	38	-07	03	-02	-04	01	07	-12	08	21	05	11	292
	53	34	29	08	-01	12	13	28	-14	-09	13	-04	08	456
神経質尺度	25	06	51	01	10	03	01	08	-12	21	-04	00	05	562
	103	00	55	01	07	07	-15	03	-01	-01	06	05	06	413
	129	-01	58	15	11	02	04	08	-05	07	07	-01	02	499
	12	02	59	05	00	15	11	-03	-10	05	11	02	07	434
	51	-06	50	-02	-03	05	-07	-00	02	03	17	08	14	387
	38	-10	48	-04	-00	-04	-01	13	20	22	-01	03	13	413
	64	00	47	04	05	-02	-02	07	-08	18	04	-09	-03	340
	77	17	45	-02	-03	-11	-09	15	02	-01	-07	03	-08	375
	116	05	43	02	05	-00	-05	-08	08	25	19	08	-05	393
	90	17	42	01	-03	04	05	-09	11	17	16	19	-09	270
劣等感尺度	102	-07	08	59	-11	03	-04	07	01	-03	04	16	07	417
	115	05	02	58	-11	-02	-05	07	11	16	01	16	03	385
	50	09	-02	58	20	-02	00	11	04	-09	00	04	-02	506
	24	02	01	51	24	-04	07	04	-12	08	05	-02	01	344
	128	-00	-01	47	09	-25	-09	04	-04	26	-03	07	09	377
	89	08	10	46	18	-03	-06	-10	-11	08	07	-06	07	366
	11	-10	15	45	-04	-01	-04	01	00	20	-02	08	06	422
	37	27	03	44	-10	21	-06	11	03	01	05	04	00	411
	76	03	-08	41	06	-20	09	-16	-17	02	06	17	05	279
	63	01	12	39	25	14	-06	-14	-04	09	-02	-06	11	404
自己顕示性尺度	8	-08	03	-05	66	-00	01	19	13	-04	08	10	-03	568
	60	-05	-03	01	60	07	-01	19	14	-01	03	14	-06	541
	73	01	-00	03	52	04	03	-13	17	-06	04	01	13	312
	99	-01	21	-00	49	20	10	01	-07	-04	-07	-12	03	374
	125	05	-04	05	46	10	-05	-01	-03	06	-04	04	-02	289
	112	17	03	-13	42	-04	-03	03	-01	16	-05	-07	02	302
	86	12	08	07	42	-07	-08	-07	16	-04	14	08	-01	261
	47	-08	-17	-07	41	04	-04	06	-01	-10	05	14	-04	220
	34	00	04	-08	33	-07	04	04	15	-07	00	19	02	218
	21	21	02	-14	30	11	-13	-01	07	23	12	-16	11	344
攻撃性尺度	22	-07	-03	-09	10	56	07	09	01	-00	-12	10	01	401
	87	01	-02	-12	02	54	-02	-09	-01	-18	15	08	07	323
	74	00	02	00	12	51	01	-01	02	03	-12	04	-07	365
	100	03	16	02	-09	47	02	31	-11	07	-08	06	-06	416
	113	04	02	-02	-00	46	-05	08	-16	23	-07	-03	04	344
	9	08	-04	-08	-03	43	-09	-03	-08	11	-07	22	07	325
	61	07	-01	07	08	43	12	33	-11	15	04	-03	-09	444
	48	-05	04	-07	26	42	10	-05	08	-03	-06	20	-09	381
	126	-09	00	-01	19	39	05	05	-07	16	-15	10	-02	356
	35	00	-08	-05	11	39	-04	08	-03	-03	24	-03	-04	241
持久性尺度	57	04	06	-10	-07	10	64	06	07	-09	02	08	-05	473
	44	-02	02	-00	-01	-07	63	02	-08	00	06	11	01	467
	109	-02	09	-02	04	-01	62	07	03	-05	07	-08	01	414
	96	05	08	04	08	-13	58	-15	-06	13	-07	11	01	372
	31	-12	12	09	01	03	52	01	-10	-07	08	02	04	340
	83	06	-07	-05	-06	14	49	07	16	05	09	07	10	428
	5	11	-09	14	07	20	45	01	02	07	06	12	02	352
	18	01	-08	-07	-03	21	42	-08	06	-08	20	-02	18	381
	70	-05	-06	-02	04	11	31	20	05	06	21	-05	16	335
	122	-07	-03	-09	-03	15	31	21	23	-01	05	04	03	293

Table 1-b

Factor pattern coefficients of 120 items by means of Promax rotation

因子	項目番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
活動性尺度	54	09	04	-07	02	-08	01	52	-01	-21	-02
	106	18	07	-21	05	02	-13	51	01	02	07
	41	29	01	05	-04	01	14	43	18	01	-01
	2	-09	12	-14	30	08	-00	42	08	-05	08
	15	07	03	-25	02	-01	-03	42	-04	-14	-00
	93	20	-11	-05	-08	08	11	36	13	02	-01
	80	16	-09	-00	07	-03	20	36	09	-06	07
	67	06	10	-37	-08	05	-12	36	05	-02	04
	119	-03	-03	03	-03	24	-20	34	03	-26	21
	28	02	-08	20	06	07	02	30	03	-29	11
進取性尺度	30	-14	08	-08	08	-14	09	-03	66	02	-02
	121	09	04	-03	-09	-09	05	-03	65	14	00
	4	-02	-03	-01	19	03	-08	04	51	-10	-07
	43	01	-13	12	05	01	10	20	49	-01	08
	56	-11	-07	01	22	06	-08	08	47	13	01
	17	08	-03	-01	-11	-11	08	-00	44	22	06
	69	-01	06	-02	12	-07	-13	04	42	11	05
	82	-10	07	-06	36	-04	-00	-04	40	03	-06
	108	14	-11	14	19	16	-02	15	32	-04	02
	95	24	-18	20	11	08	-10	09	30	09	-05
抑うつ性尺度	52	-15	-08	12	-11	01	-03	04	12	46	10
	13	06	01	02	-02	-23	11	-34	08	44	02
	130	05	14	03	06	-06	01	-13	22	42	-07
	39	11	22	09	02	13	02	08	14	41	-16
	78	-18	13	03	04	09	-15	-09	-08	41	11
	26	-09	27	22	-10	06	-03	-03	03	36	03
	91	10	22	18	-08	15	-03	-19	02	33	09
	104	-05	07	04	00	08	-05	-15	07	33	14
	65	02	14	28	03	06	-07	-12	03	32	18
	117	-17	16	22	05	13	05	-04	10	20	04
共感性尺度	120	02	12	11	09	05	07	-07	03	-04	58
	29	02	01	06	03	08	09	15	03	09	55
	42	10	12	-02	-04	-11	05	08	03	-06	54
	107	-09	-07	-04	05	-16	05	25	-06	21	51
	3	01	07	-03	01	-23	03	-07	-01	01	44
	81	00	-01	-07	01	-12	04	39	-10	18	39
	16	04	16	-12	08	-04	04	00	15	01	32
	94	10	-13	-09	19	24	11	-32	10	16	-31
	68	03	-07	-02	14	21	-06	-25	-04	-04	-25
	55	03	-00	18	18	-08	12	19	-04	01	22
非協調性尺度	127	-02	00	-02	03	07	01	-04	-06	05	-10
	49	-02	-03	06	03	03	06	-08	01	11	-06
	36	-00	-06	10	19	10	-04	13	-04	-02	-26
	62	-02	09	08	-05	20	02	09	-01	13	00
	114	02	12	13	06	-00	05	12	-04	-16	-15
	75	07	-01	12	03	02	05	01	-05	17	03
	10	-27	-12	-04	-14	08	03	-05	-02	28	01
	88	-03	08	01	-01	27	01	03	-00	-00	03
	23	04	07	-01	09	09	04	05	-05	17	-08
	101	-22	11	-04	-02	15	03	-02	13	14	-02
規律性尺度	110	-00	10	05	-01	-07	01	08	08	03	-23
	45	-15	-14	-02	05	00	06	-04	04	14	06
	84	02	-11	13	05	-06	10	05	05	-01	-09
	6	-08	12	07	-01	23	-12	08	-03	-07	-01
	123	-01	-18	05	02	03	02	-06	-09	-02	-05
	19	06	21	05	-03	-15	02	08	07	-05	-15
	97	06	20	04	-10	13	-03	07	05	01	-03
	58	09	-02	-14	16	-10	06	-06	-12	-02	07
	32	-04	16	05	-06	03	14	14	-04	-10	05
	71	16	06	03	07	-03	11	-13	-12	-15	08



THI(青木:鈴木・柳井:1974)

- THIの12尺度と、それらの内容・意味および評価法
- ①多愁訴手足や体がだるい、横になりたい、頭が重い・痛い・ぼんやりする、肩が凝る、体が痛い、熱っぽいなど、不定愁訴
- ②呼吸器痰がからむ、鼻水が出る、せき、くしゃみが出る、喉が痛むなど
- ③目と皮膚皮膚が弱い・かゆい、発疹・じんましんが出る、目が痛い・充血するなど
- ④口腔と肛門舌がある、歯ぐきの色が悪い、出血する、口臭がある、排便時痛、痔、便秘など
- ⑤消化器胃の具合が悪い、痛む、もたれる、下痢、消化不良など 得点が低い方がよい
- ⑥直情径行性いらいらする、カッなる、考えずに行動する、不平不満が多いなど、短気・直情傾向性
- ⑦虚構性自分をよくみせたい傾向、自分をいつわって虚栄をはる傾向、そのために嘘を言ってしまう傾向 得点が低い方がよいが低すぎても問題
- ⑧情緒不安定性ちょっとしたことが気になる、くよくよする、赤面する、気疲れする、気分には波があるなど
- ⑨抑鬱性孤独、憂鬱、元気がない、自信がないなど 得点が低い方がよい
- ⑩攻撃性体が強く、気は大きく、やや肥っていて、立ちくらみはしない、寒がりでないなど、心理的外向、積極的、攻撃的 一概には言えないが低すぎるのもよくない
- ⑪神経質:神経質、心配性、苦労性、物事に敏感、気むずかしいなど 一概には言えないが低すぎるのもよくない
- ⑫生活不規則性夜更かしの朝寝坊、食事が不規則で朝食抜き、食欲不振、体がだるい、朝起きるのがつらいなど、都市型の生活 得点が低い方がよい
- その他に、心身症傾向尺度、神経症尺度がある

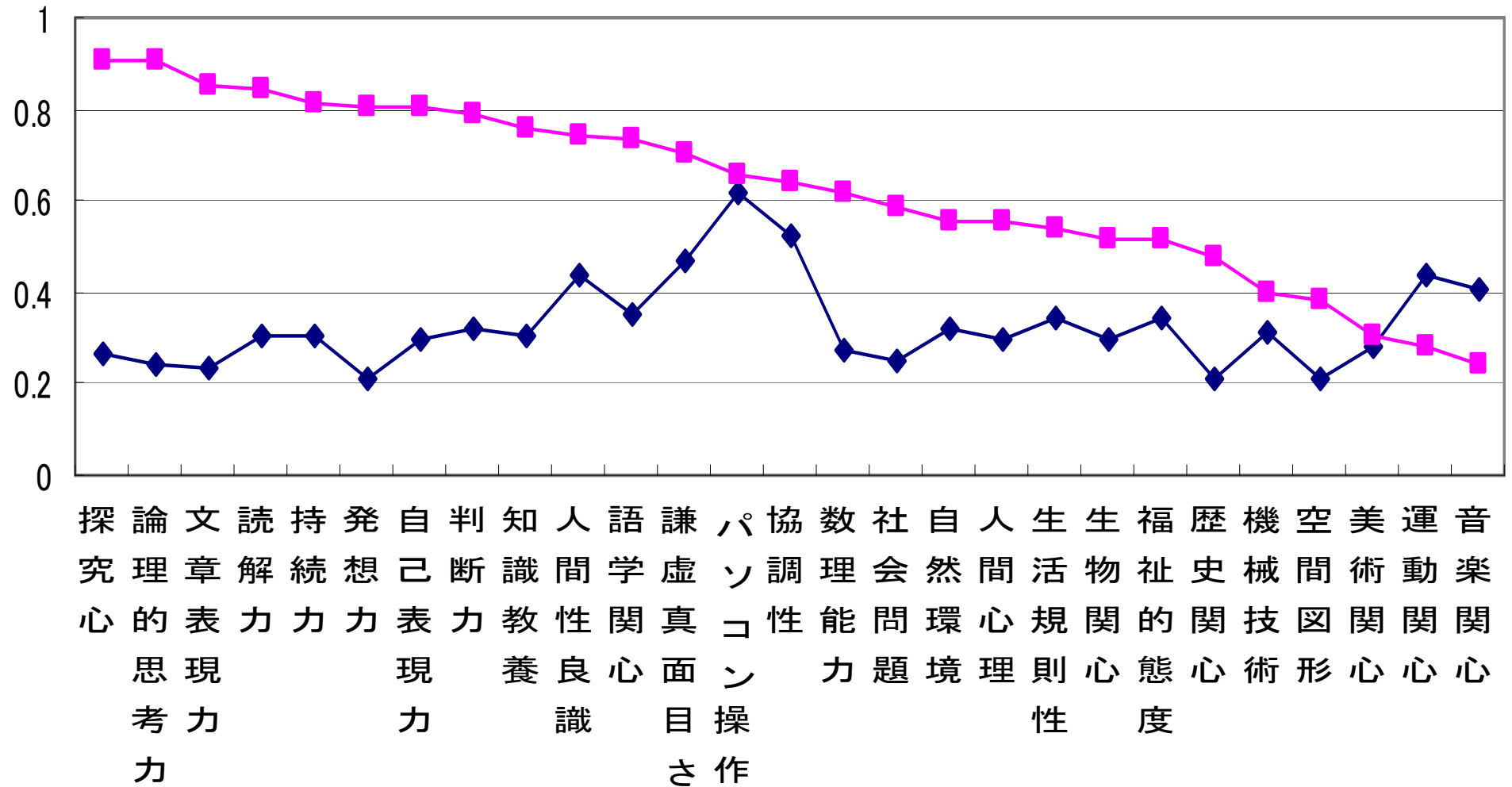
大学での学習に必要な27の資質—その1:

1. 自分の考えを他の人にわかりやすく話すことができる(自己表現力)
2. 不明なこと、理解できないことを納得できるまで追及する(探究心)
3. 他人と協力しながら研究や作業を進めることができる(協調性)
4. 奉仕的精神を持って、人間や社会に働きかける(福祉的態度)
5. 自分の欠点を自覚し、常に改善の努力を続ける(謙虚・真面目)
6. 知識や学問よりも、人間性・良識を身につけようとしている(人間性・良識)
7. 幅広い知識や教養を身につけようとしている(知識・教養)
8. 物事を筋道立てて論理的に考察することができる(論理的思考力)
9. 規則正しい日常生活を送っている(生活の規則性)
10. 自分の考えを、文章を用いて正確に表現することができる(文章表現力)
11. 書物を読む習慣が身についている(読解力)
12. 成果をあせらず、地道な勉強を積み重ねることができる(持続力)
13. 細かいことにはとらわれずに全体的な判断をすることができる(判断力)

大学での学習に必要な27の資質—その2

- 14.すでに確立されている知見にとらわれず自分の頭で考えることができる(発想力)
- 15.数字・記号・式を扱うことが嫌いではない(数理能力)
- 16.パソコンなどの操作に心理的な抵抗がない(パソコン操作)
- 17.新しい機械の操作を学んだり新しい技術を覚えようとしている(機械技術)
- 18.社会問題に関心がある(社会問題)
- 19.人間と自然との関わり合いに関心がある(自然環境)
- 20.空間図形のパターンや規則性に関心がある(空間図形)
- 21.過去の人々の文化や行動に関心がある(歴史への関心)
- 22.人の心のメカニズムに関心がある(人間心理)
- 23.生物のしくみや生態に関心がある(生物への関心)
- 24.語学力を身につけるよう積極的に努力している(語学への関心)
- 25.身体を動かすことが好きである(運動への関心)
- 26.美しいものを創造することに関心がある(美術への関心)
- 27.音楽的なセンスを磨くことに関心がある(音楽への関心)

大学での学習に必要な27の資質についての 教員からみた「必要度」と「学生の実態（保有度）」の評価



—◆— 教員からみた学生の実態 (B2) —■— 教員からみた必要度 (B1)

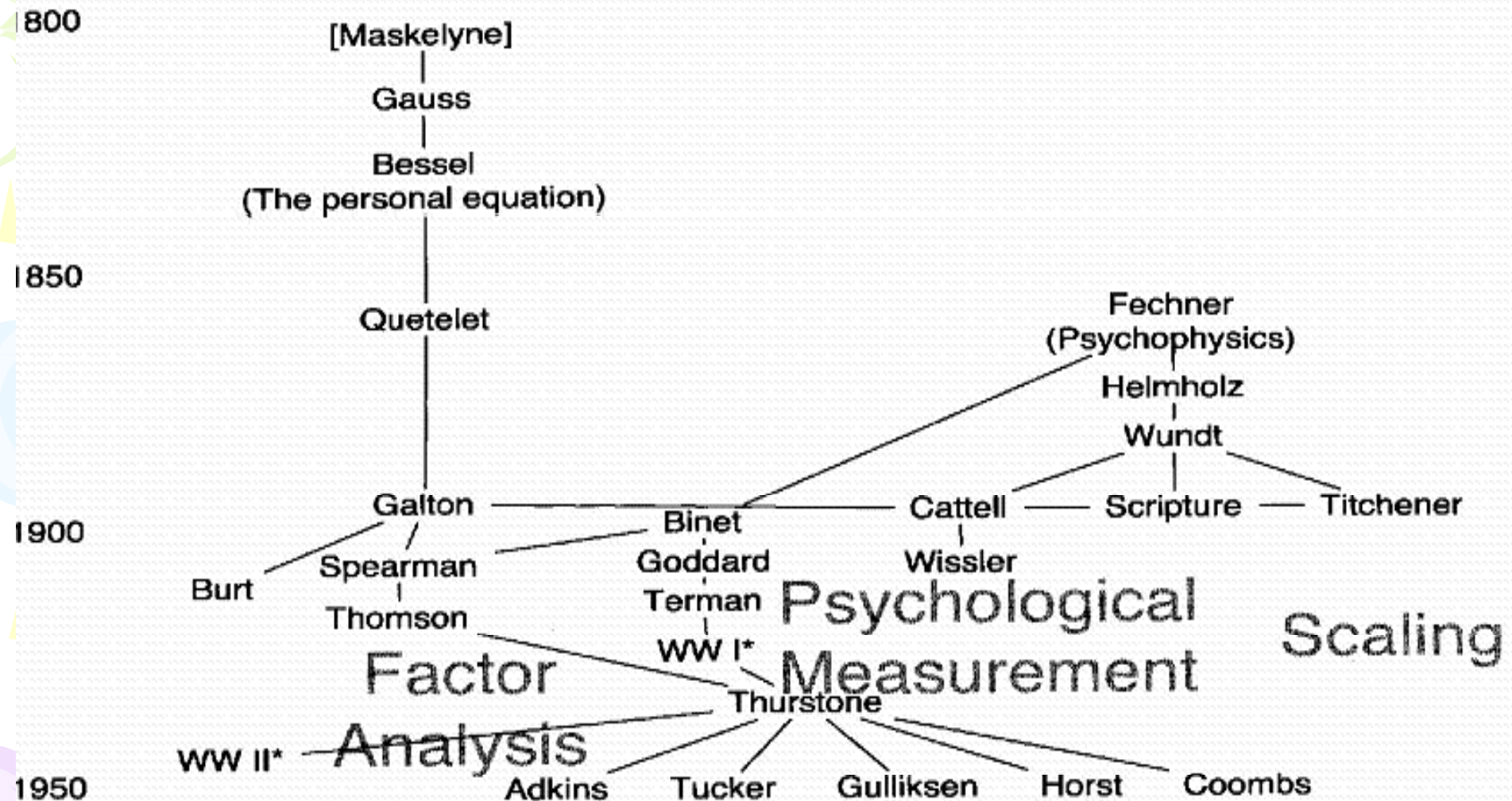
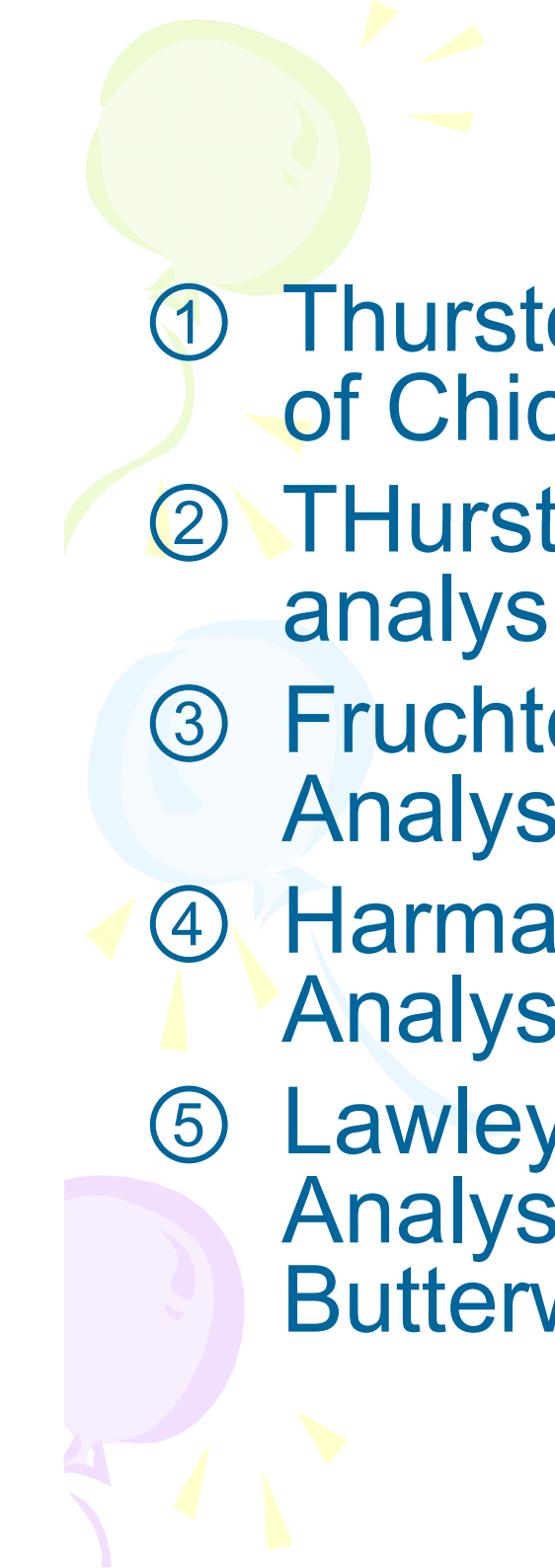


Fig. 1. Some of the important figures in the early history of psychometrics on an approximate timeline.

*Some of the participants in the World War I and World War II projects are listed in Table 1.

- 
- ① Thurstone, L.L. (1935) Vector of Mind, Univ. of Chicago Press
 - ② Thurstone, L.L. (1947) Multiple Factor analysis, Univ. of Chicago press
 - ③ Fruchter, B. (1954) Introduction to Factor Analysis, D. Van Nostrand
 - ④ Harman, H. (1960, 67, 76) Modern Factor Analysis, Univ. of Chicago Press
 - ⑤ Lawley, D.N. & Maxwell, A.E. (1963) Factor Analysis as a Statistical method, Butterworth

- 
- ⑥ Mulaik, S.A. (1972) The foundation of Factor Analysis, McGrawHill
 - ⑦ Macdonard, R.P. (1985) Factor analysis and related methods, Lawrence Erlbaum Associate
 - ⑧ Bartholomew, J.. (1987) Latent variable models and factor analysis, Charles & Griffin
 - ⑨ Basilevsky, A (1994) Statistical Factor Analysis and Related Methods
 - ⑩ T.W Anderson (1984) Introduction to Multivariate Statistical Analysis (3rd Edition) Chapter , John Wiley & Sons



因子分析の書物

清水利之・齋藤耕二(1960)因子分析、日本文科科学社

三好稔編(1963)心理学と因子分析、誠信書房

Lawley& Maxwell(1963)Factor analysis as
A statistical method, Buteerrworth

丘本正訳(1970)因子分析法、日本科学技術連盟

浅野長一郎(1971)因子分析法通論、共立出版

芝祐順(1972、2版1979)因子分析法、東大出版会

丘本正(1986)因子分析の基礎、日本科学技術連盟

柳井晴夫・繁桝算男・前川眞一・市川雅教

(1990)因子分析—その理論と応用 朝倉書店

市川雅教(2010,1月刊行)因子分析、シリーズ行動計量
朝倉書店

東京大学出版会

[illegible]

日科技連数学計画シンポジウムテーマ：因子分析
組織委員長 北川敏男
1965年11月、箱根

：総合報告：吉沢正

- 経済データにおける主成分分析の応用と問題点
- 竹内啓
- NHKにおける要因分析：杉山明子：鈴木良夫
- 自動診断における因子分析：高橋肱正
- 主成分分析の応用例とその解釈：奥野忠一
- 得票地盤の分析をめぐって：京極純一：
- 総合討論：北川：森口繁一、国沢清典

(総合討論) 因子分析と因子分析の回転基準である単純構造に対する

Tukey(The Future of data analysis, 1962)の考え

23part: The Two Parts(Boiling Down,

Rotation): 因子回転の基準: テストに対する単純構造か、テストされる被験者の単純構造か?: 回転の方法には大差ない。

24: regression: regressionX の残差に関しての因子分析を奨励=>(Yanai, 1970)

$$R = R_{XY}R_{YY}^{-1}R_{YX} + (R - R_{XY}R_{YY}^{-1}R_{YX})$$

(Redundancy analysis, Wollenberg, 1979)

25: The Middle line: 分散分析2元配置の交互作用のある変数に因子分析を適用せよ

因子分析—その理論と方法—

柳	井	晴	夫
繁	枿	算	男
前	川	眞	一
市	川	雅	教

1990

朝 倉 書 店



Handbook of Statistics

VOLUME 26

(2007)

General Editor

C.R. Rao



Psychometrics

Edited by

C.R. Rao

Center for Multivariate Analysis
Department of Statistics, The Pennsylvania State University
University Park, PA, USA

S. Sinharay

Center for Statistical Theory and Practice
Educational Testing Service
Princeton, NJ, USA



AMSTERDAM • BIRMINGHAM • LONDON • NEW YORK • OXFORD

Ch. 8. Some Matrix Results Useful in Psychological Research
C. Radhakrishna Rao

1. Notation and Basic Matrix Results	235
2. Decomposition of matrices	239
3. Matrix approximations	243
4. Procrustean transformation	247
5. Correspondence analysis	250
6. Metric and multidimensional scaling	252
Acknowledgements	254
References	254

Ch. 9. Factor Analysis 257
Haruo Yanai and Masanori Ichikawa

1. Introduction	257
2. Historical development of factor analysis	257
3. The factor analysis model	261
4. Statistical inference in factor analysis	271
5. Factor rotation and estimation of factor scores	281
Acknowledgements	293
References	293

Ch. 10. Structural Equation Modeling 297
Ke-Hai Yuan and Peter M. Bentler

1. Introduction	297
2. Model identification	303
3. Estimation and evaluation	305
4. Missing data	327
5. Multiple groups	334
6. Multilevel models with hierarchical data	338
7. Examples	344
References	348

Ch. 11. Applications of Multidimensional Scaling in Psych
Yoshio Takane

1. Introduction	359
2. MDS with the simple Euclidean model	361

Factor Analysis

Haruo Yanai and Masanori Ichikawa

1. Introduction

Behavioral patterns in various situations are diverse. However, a careful observation shows that certain regularities are common. All of the factors that regulate human behavior are hypothetical. These factors include intelligence and personality traits such as introversion, extroversion, and emotional anxiety; sociological factors such as social status and group cohesiveness; and political attitudes such as conservatism and innovation.

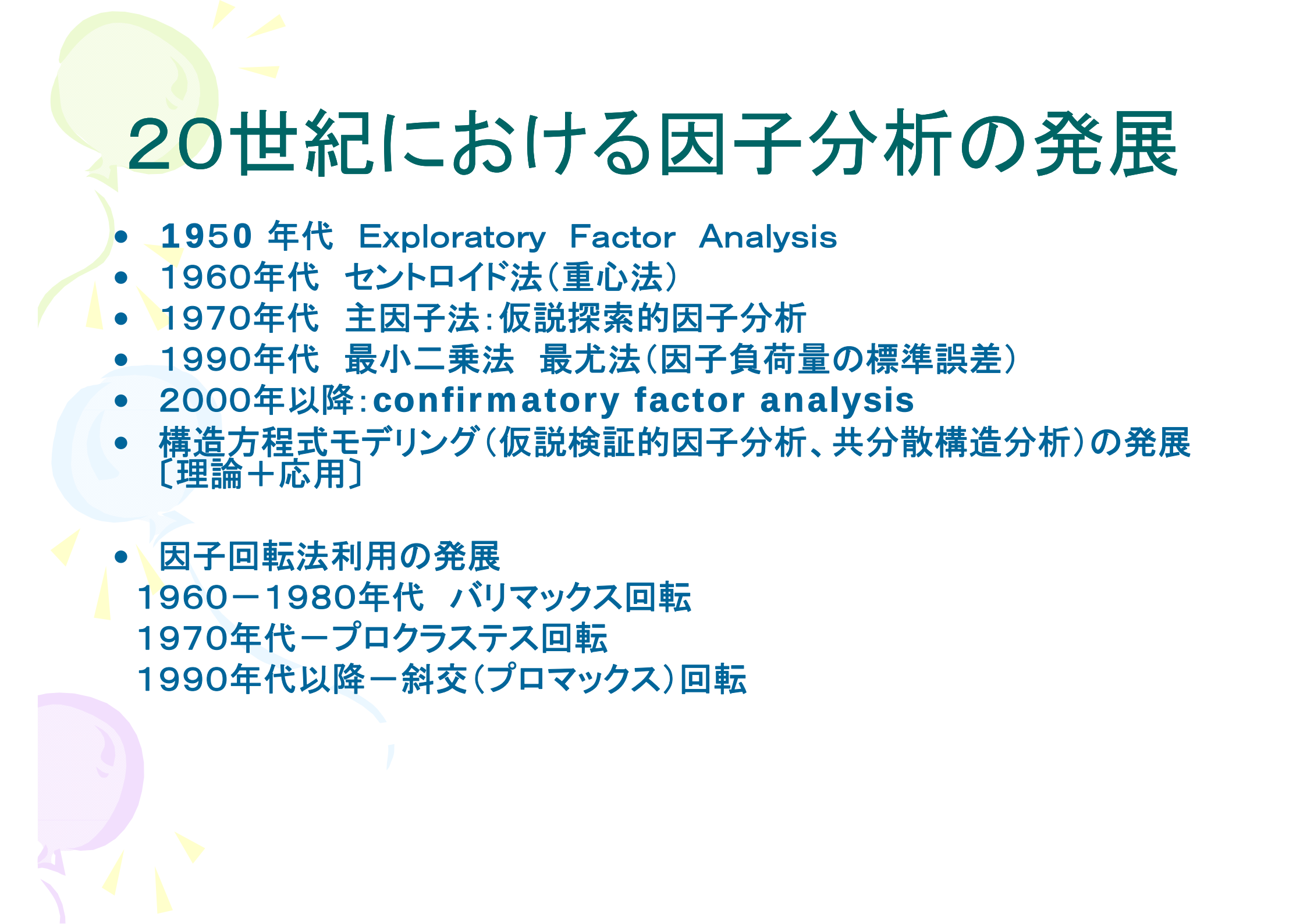
Factor analysis is a multivariate technique designed to analyze correlations among many observed variables and to explore latent factors. Factor analysis was developed by the British psychologist Charles Spearman in the early 20th century as a technique for analyzing intelligence structures. Today, one can find many useful applications of factor analysis in diverse fields such as politics, sociology, education, linguistics, medicine, biology, anthropology, and engineering.

Section 2 gives an overview of the evolution of factor analysis from the early 20th century to the present and a review of applied research in various fields. Section 3 introduces the factor analysis model, and Section 4 deals with statistical inference in factor analysis. Section 5 covers various methods of factor rotation and estimation of factor scores.

2. Historical development of factor analysis

2.1. The one-factor model

In his pioneering paper of 1904, Spearman calculated correlation coefficients among six subjects (classics, French, English, mathematics, pitch discrimination, and musical talent) based on the scores of tests administered to children between the ages of 9 and 13. As shown in Table 1, high correlations can be found among the six subjects. One interpretation of a correlation coefficient is that its magnitude reflects the intensity of a common cause of the variables. Let r_{ij} denote the correlation coefficient between the



20世紀における因子分析の発展

- 1950 年代 Exploratory Factor Analysis
 - 1960年代 セントロイド法(重心法)
 - 1970年代 主因子法:仮説探索的因子分析
 - 1990年代 最小二乗法 最尤法(因子負荷量の標準誤差)
 - 2000年以降:confirmatory factor analysis
 - 構造方程式モデリング(仮説検証的因子分析、共分散構造分析)の発展
[理論+応用]
-
- 因子回転法利用の発展
 - 1960ー1980年代 バリマックス回転
 - 1970年代ープロクラステス回転
 - 1990年代以降ー斜交(プロマックス)回転

One factor model

	1	2	3	4	5	6
1 Classics	1.00	0.83	0.78	0.70	0.66	0.63
2 French		1.00	0.67	0.67	0.65	0.57
3 English			1.00	0.64	0.54	0.51
4 Mathematics				1.00	0.45	0.51
5 Pitch discrimination					1.00	0.40
6 Music talent						1.00

elements of the correlation matrix. It is given by

$$\frac{r_{ik}}{r_{jk}} \approx \frac{r_{il}}{r_{jl}} \quad (i \neq j, k, l; j \neq k, l; k \neq l),$$

which can be transformed to the more convenient form

$$r_{ik}r_{jl} \approx r_{il}r_{jk}.$$

tetrad

PROPOSITION 1 (Theorem 1 of Bekker and de Leeuw, 1987). *If a positive-definite matrix Σ cannot be brought, by permutations, into block diagonal form, then the minimum rank of $\Sigma - \Psi$, where $0 \leq \psi_i \leq \sigma_{ii}$ ($i = 1, \dots, p$), is one if and only if, after sign changes of rows and corresponding columns, all its elements are positive such that*

$$\sigma_{ik}\sigma_{jl} - \sigma_{il}\sigma_{jk} = 0, \quad \sigma_{ik}\sigma_{ij} - \sigma_{il}\sigma_{jk} \leq 0$$

for all quadruples ($i \neq j, k, l; j \neq k, l; k \neq l$).

Thus, if Σ is a covariance matrix of a one-factor model, then ψ_i ($i = 1, \dots, p$) is determined by the elements of Σ as

$$\psi_i = \sigma_{ii} - \frac{\sigma_{ik}\sigma_{ji}}{\sigma_{jk}} \quad (i \neq j, k; j \neq k; \sigma_{jk} \neq 0), \quad (3.14)$$

which is obtained by setting a second-order minor of $\Sigma - \Psi$ that includes one diagonal element, $\sigma_{ii} - \psi_i$, equal to zero.



Algebraic Factor Analysis: Tetrads, Pentads and Beyond

Mathias Drton, Bernd Sturmfels and Seth Sullivant

September 20, 2005

Abstract

Factor analysis refers to a statistical model in which observed variables are conditionally independent given fewer hidden variables, known as factors, and all the random variables follow a multivariate normal distribution. The parameter space of a factor analysis model is a subset of the cone of positive definite matrices. This parameter space is studied from the perspective of computational algebraic geometry. Gröbner bases and resultants are applied to compute the ideal of all polynomial functions which vanish on the parameter space. These polynomials, known as model invariants, arise from rank conditions on a symmetric matrix under elimination of the diagonal entries of the matrix. Besides revealing the geometry of the factor analysis model, the model invariants also furnish useful statistics for testing goodness-of-fit.

M. Grzebyk, et al(2004) On Identification of multi-factor models with correlated residuals, Biometrika,91

D.R. Cox & N. Wermuth(2002) On some models for mutivariate Gaussian distribution; Biometrika ,89(2)

因子の不定性について

Factor score indeterminacy

We show that, for any set of Λ , Φ , and Ψ , infinitely many different $\tilde{\mathbf{f}}$ and $\tilde{\mathbf{e}}$ exist that satisfy (3.1)–(3.4). Under the factor analysis model, the linear regressions of $\mathbf{f}$ on $\mathbf{x}$ and $\mathbf{e}$ on $\mathbf{x}$ are, in view of (3.6) and (3.7), given by $\Phi\Lambda'\Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})$ and $\Psi\Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})$. Multiplying $\Psi^{-1}\Lambda$ from the right on both sides of (3.5) and letting $\Gamma = \Lambda'\Psi^{-1}\Lambda$, we have

$$\Sigma\Psi^{-1}\Lambda = \Lambda(\mathbf{I}_m + \Phi\Gamma) = \Lambda\Phi(\Phi^{-1} + \Gamma), \quad (3.10)$$

from which we obtain

$$\Sigma^{-1}\Lambda = \Psi^{-1}\Lambda(\mathbf{I}_m + \Phi\Gamma)^{-1} = \Psi^{-1}\Lambda(\Phi^{-1} + \Gamma)^{-1}\Phi^{-1}. \quad (3.11)$$

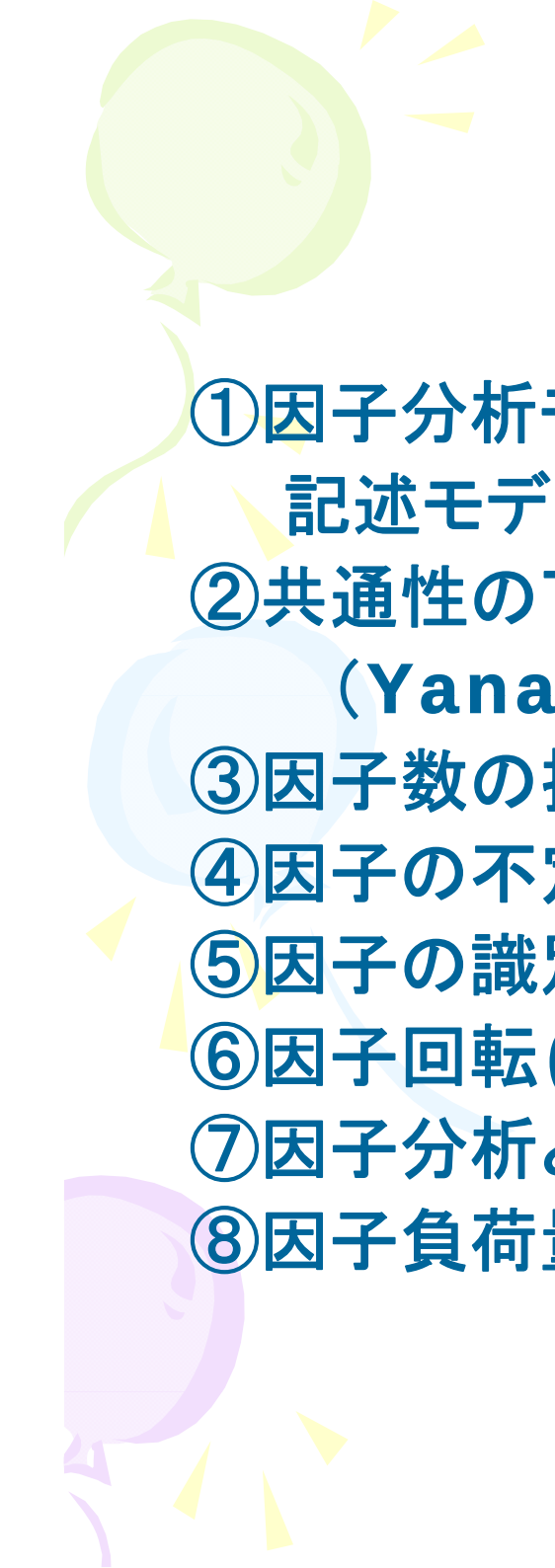
Thus, the covariance matrix, $\Phi\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda\Phi$, of the linear regression of $\mathbf{f}$ on $\mathbf{x}$ can be written as

$$\begin{aligned} \Phi\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda\Phi &= \Phi\Gamma(\Phi^{-1} + \Gamma)^{-1} \\ &= \{\Phi(\Phi^{-1} + \Gamma) - \mathbf{I}_m\}(\Phi^{-1} + \Gamma)^{-1} \\ &= \Phi - (\Phi^{-1} + \Gamma)^{-1}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

which implies that the covariance matrix of the residual, $\mathbf{f} - \Phi\Lambda'\Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})$, is given by $(\Phi^{-1} + \Gamma)^{-1}$.

It can be verified that the factor analysis model given by (3.1) to (3.4) holds by replacing $\mathbf{f}$ and $\mathbf{e}$ with $\tilde{\mathbf{f}}$ and $\tilde{\mathbf{e}}$, where

$$\tilde{\mathbf{f}} = \Phi\Lambda'\Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) + \mathbf{u}, \quad \tilde{\mathbf{e}} = \Psi\Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) - \Lambda\mathbf{u},$$



日本人研究者による 因子分析理論の発展

①因子分析モデル:

記述モデル(母数モデル); 変量モデル

②共通性の下限(SMC)に関する問題 (Yanai & Ichikawa(1990))

③因子数の推定(Akaike(1987))

④因子の不定性(丘本(1986))

⑤因子の識別性(Ihara & Kano(1986))

⑥因子回転(Kasiwagi(1985), 芝(1972))

⑦因子分析とIRTの関連(Takane & Deew(1987))

⑧因子負荷量の標準誤差(Ogasawara(1998, etc))

A GENERALIZED METHOD OF IMAGE ANALYSIS FROM AN INTERCORRELATION MATRIX WHICH MAY BE SINGULAR

HARUO YANAI

RESEARCH DEVELOPMENT DIVISION
THE NATIONAL CENTER FOR UNIVERSITY ENTRANCE EXAMINATION

BISHWA NATH MUKHERJEE

COMPUTER SCIENCE UNIT
INDIAN STATISTICAL INSTITUTE

Following the works of Guttman (1953) and Kaiser (1976), we show that the image and anti-image covariance matrices can be derived from a singular correlation matrix, by making use of the orthogonal projector and a weaker generalized inverse matrix.

Key words: image variables, anti-image variables, orthogonal projector, generalized inverse, Moore-Penrose inverse.

The Sample Variance and Covariance Matrices for Any Pair of Matrices Z , Z_1 and Z_A .

	Z	Z_1	Z_A
Z	R	$R - D$	D
Z_1	$R - D$	$(R - D)R^{-1}(R - D)$ $= R - 2D + DR^{-1}D$	$D - DR^{-1}D$
Z_A	D	$D - DR^{-1}D$	$DR^{-1}D$

Q共通因子数の推定基準として最勧められるのはどれですか

- もっとも大事な基準は因子の解釈可能性
- 固有値1以上を因子数とすると、因子数を過大評価する
- 共通因子分散が50%を超えれば、十分な因子数といえる。(全ての共通因子負荷量が0.7と0とすれば、この命題の正当性がわかる)
- 、

FACTOR ANALYSIS AND AIC

HIROTUGU AKAIKE

THE INSTITUTE OF STATISTICAL MATHEMATICS

The information criterion AIC was introduced to extend the method of maximum likelihood to the multimodel situation. It was obtained by relating the successful experience of the order determination of an autoregressive model to the determination of the number of factors in the maximum likelihood factor analysis. The use of the AIC criterion in the factor analysis is particularly interesting when it is viewed as the choice of a Bayesian model. This observation shows that the area of application of AIC can be much wider than the conventional i.i.d. type models on which the original derivation of the criterion was based. The observation of the Bayesian structure of the factor analysis model leads us to the handling of the problem of improper solution by introducing a natural prior distribution of factor loadings.

Key words: factor analysis, maximum likelihood, information criterion AIC, improper solution, Bayesian modeling.

This is exactly the likelihood function used in the conventional maximum likelihood factor analysis. Thus the maximum likelihood estimates of A and Ψ in the classical sense are the maximum likelihood estimates of the unknown parameters of a Bayesian model.

The above result shows that the AIC criterion defined for the factor analysis model is actually the ABIC criterion for the evaluation of a Bayesian model with parameters estimated by the method of maximum likelihood, where ABIC is defined by (Akaike, 1980)

$$\text{ABIC} = (-2) \text{ maximum log likelihood of a Bayesian model} \\ + 2 (\text{number of estimated parameters}).$$

In the case of the factor analysis model we have

$$\text{ABIC} = \text{AIC}.$$

Mar '71
15

MV

If we postulate

$$W = \text{diag}(A - FF') \Leftrightarrow \boxed{\text{因子分析モデル}} \\ \rightarrow \text{MINRES \& } W \text{ modification} \quad (?)$$

$$W = \text{diag}(A - FF')$$

likelihood = distance of a set of data from a population
 $E \text{ likelihood} = E \text{ expected distance}$
 $E \text{ max-likelihood} = E \text{ true-likelihood} + E \text{ fitting bias}$
 $E \text{ likelihood of the fitted model from the population}$
 $= E \text{ true-likelihood} - E \text{ fitting bias}$

統計学
電学の
1971. 3.16

$$\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 \sim \chi_n^2$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 \sim \chi_{n-1}^2$$

$$E(\cdot) = E\left(\sum (x_i - m)^2 \mid (\bar{x} - m)^2\right)$$

$$E \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{x})^2 = E\left(\sum (y_i - m)^2 + (\bar{x} - m)^2\right)$$

対数尤度からAICへの着想を書いた赤池博士のメモ

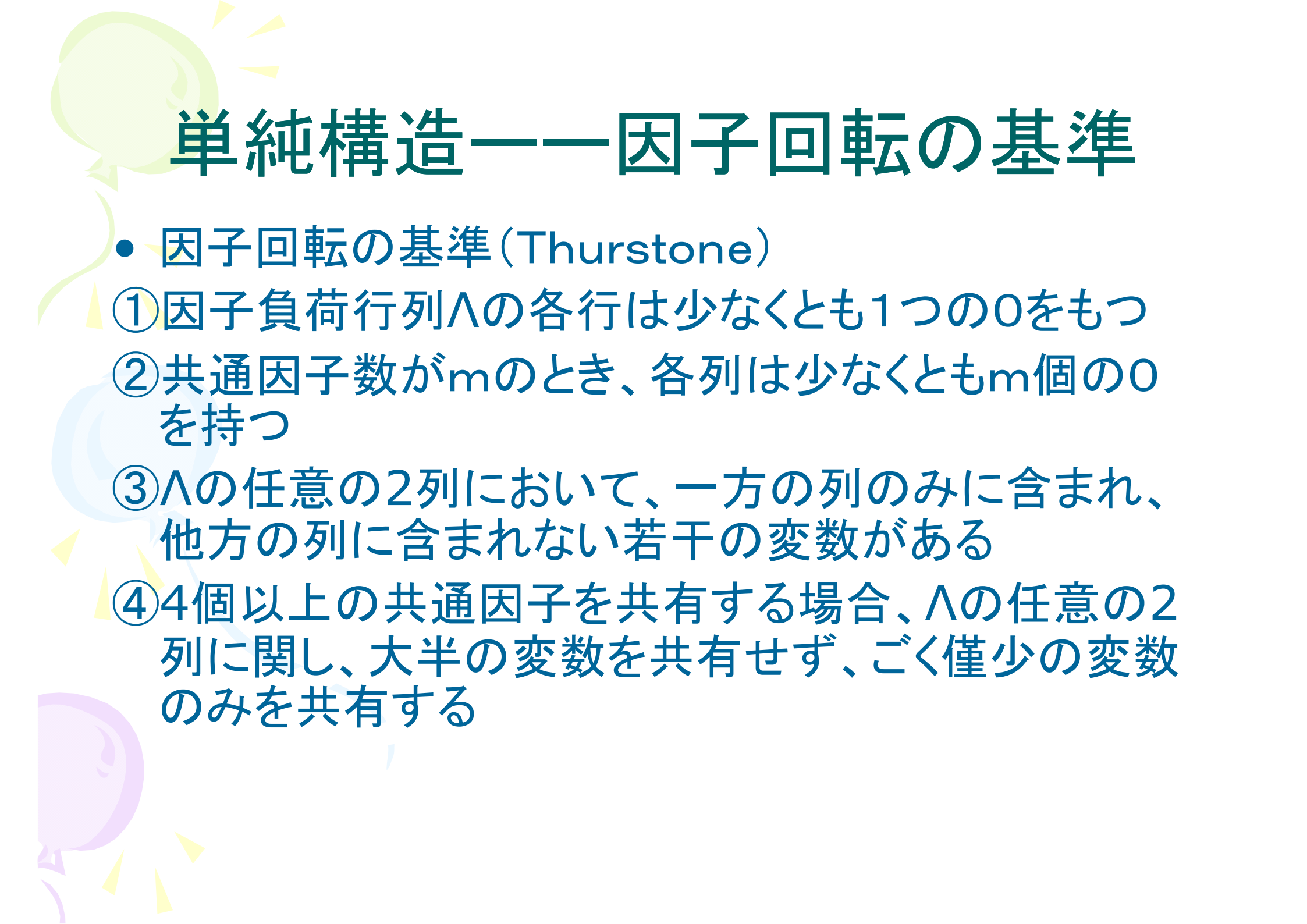
対数尤度 => AIC

総研大ジャーナル、1
2号、2007



因子分析の回転方法

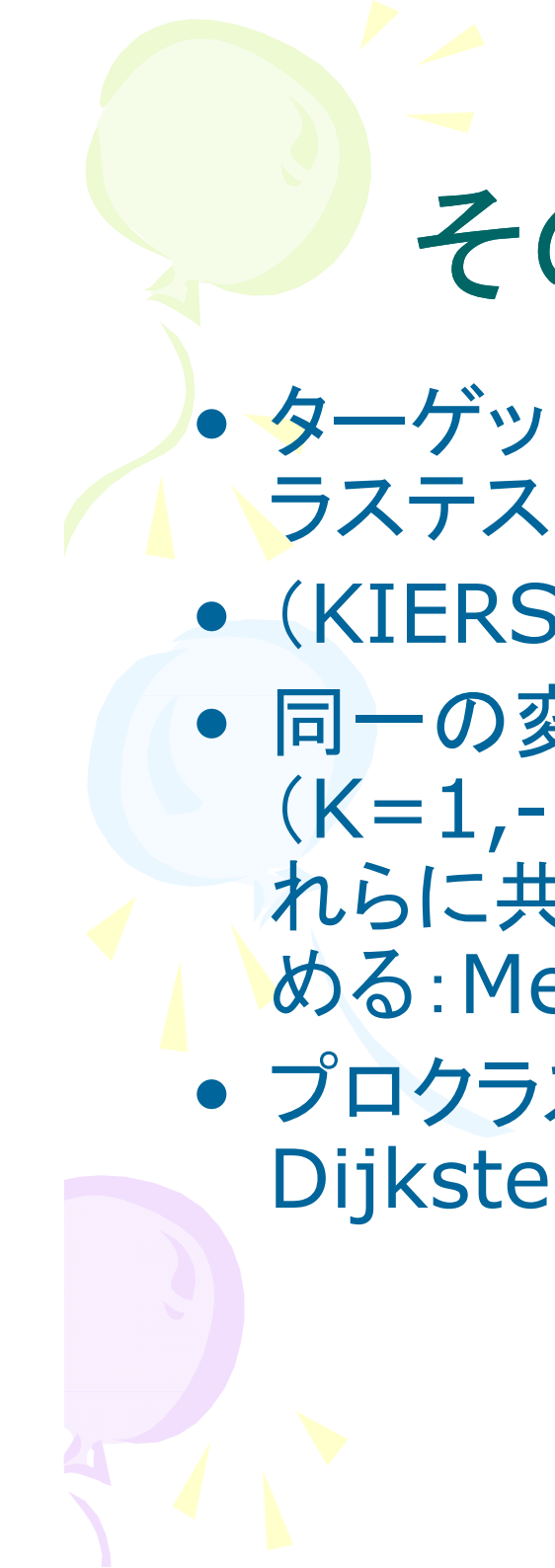
- 直交回転 オーソマックス回転
- バリマックス回転
- 斜交回転 オブリミン回転
- プロクラステス回転
- ー ー 目標行列(仮説行列)に最も近づける
 ように回転する
- 斜交プロマックス回転



単純構造——因子回転の基準

- 因子回転の基準 (Thurstone)

- ① 因子負荷行列 Λ の各行は少なくとも1つの0をもつ
- ② 共通因子数が m のとき、各列は少なくとも m 個の0を持つ
- ③ Λ の任意の2列において、一方の列のみに含まれ、他方の列に含まれない若干の変数がある
- ④ 4個以上の共通因子を共有する場合、 Λ の任意の2列に関し、大半の変数を共有せず、ごく僅少の変数のみを共有する



その他の因子回転の問題

- ターゲット行列に未知母数が含まれる場合のプロクラステス回転
- (KIER,1994), 芝(1972)
- 同一の変数、因子からなる因子負荷行列 Λ_k ($k=1, \dots, m$)が3つ以上の集団について存在し、これらに共通な因子負荷行列 Λ と回転行列 T_k をもとめる: Meredith(1964))
- プロクラステス回転の一般化: Gower, J.C, & Dijksterhuis, G.B.(2004)

第2主成分

X1国語

X2社会

第一主成分

X3理科

X4数学

直交回転と斜交回転

第一因子

x1

x2

90°

70度

x3

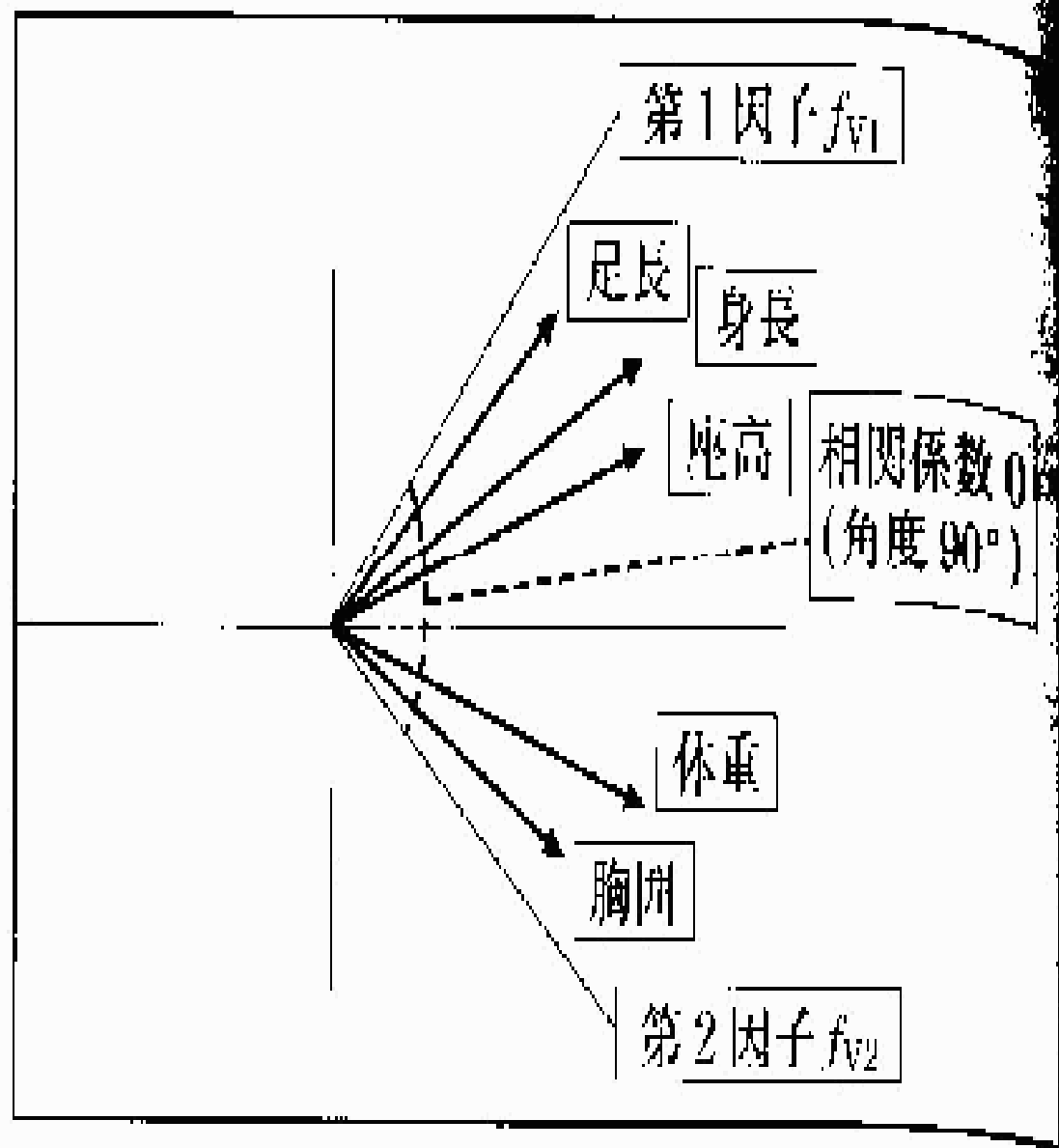
x4

斜交軸

第2因子

表VI-8 パリマックス回転による
2つの因子負荷量行列

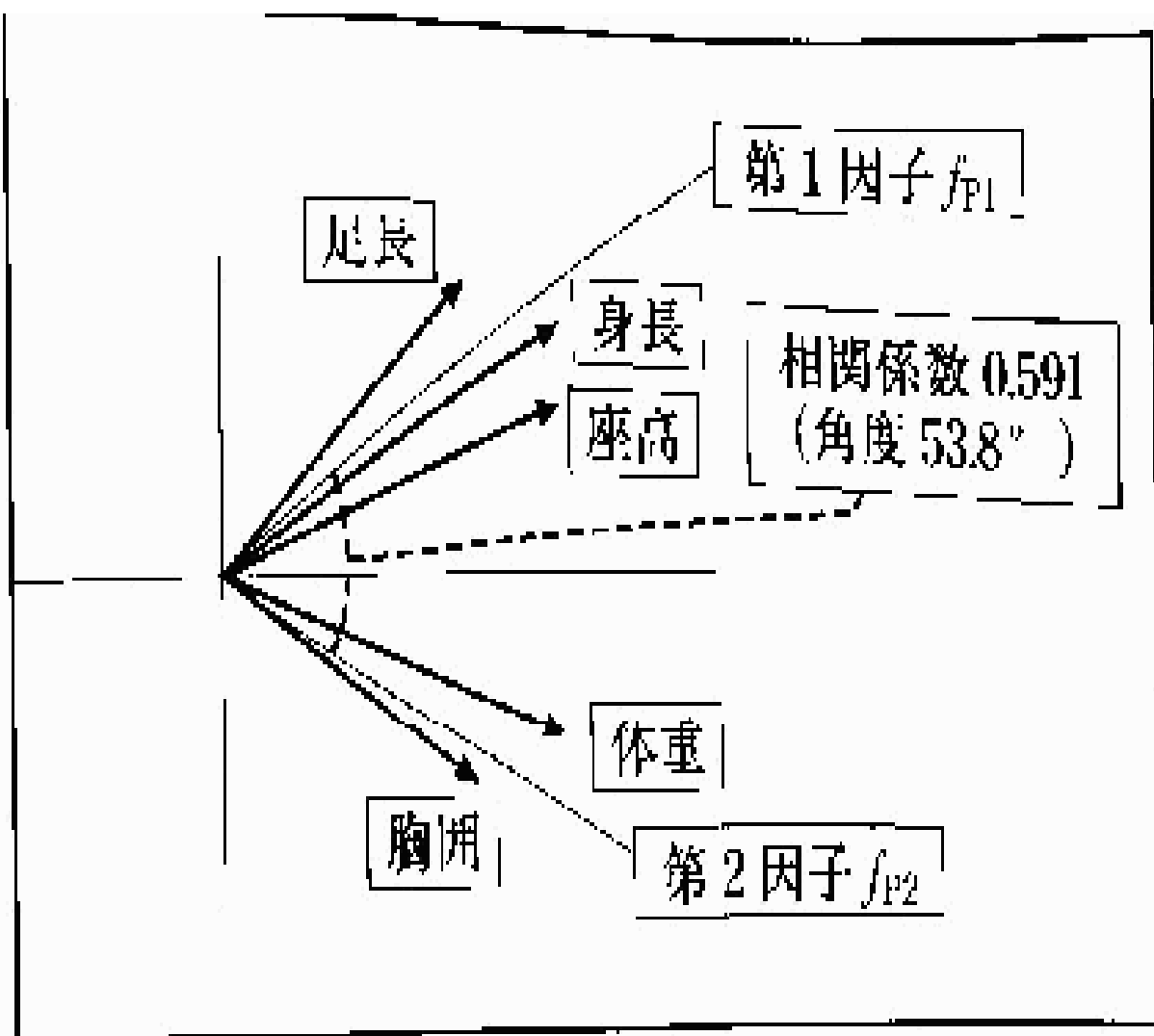
	因子	
	f_{v1}	f_{v2}
身長	.875	.307
座高	.800	.355
足長	.821	.193
胸囲	.226	.943
体重	.402	.874



図VI-8 パリマックス回転による2次元表現

表VI-9 体格変数のプロマックス因子回転の結果

	因子	
	f_{F1}	f_{F2}
身長	.913	.024
座高	.806	.110
足長	.893	-.089
胸囲	-.098	1.024
体重	.136	.876



図VI-9 プロマックス回転による2次元表現

An Algorithm for SIMPLIMAX Rotation

The problem to be solved by SIMPLIMAX rotation is that of finding the truly simple target matrix with p zero elements that can be approximated best by a rotated pattern matrix (the “best” simple target). If the position of the zero elements were known, we would deal with the situation handled by Lawley and Maxwell (1964), Jöreskog (1965), Gruvaeus (1970), Browne (1972b) and Kashiwagi (1989). However, none of these procedures determine *which* elements should be taken zero. In SIMPLIMAX, we do not only need to perform a target rotation, but also to determine the best positions of the zero elements (i.e., those leading to the best simple target). Explicitly, let $P(m \times r)$ be a given (orthogonal) pattern matrix, $T(r \times r)$ the pattern transformation matrix, and G a target pattern matrix which has at least p zero elements. Then, SIMPLIMAX minimizes

$$\sigma(T, G) = \|PT - G\|^2, \quad (1)$$

over T subject to $\text{Diag}(T^{-1}T^{-1'}) = I$, and over all matrices G that have p zero elements and $(mr - p)$ arbitrary elements. Note that the target employed here differs from the one used in Promax in that it has many elements that are exactly 0 rather than close to zero, and in that it is determined through the minimization process itself rather than in advance.

To handle the above minimization problem, we define the following:

Although the Promax approach is appealing, it has at least two drawbacks. Firstly, the matching procedure by Hendrickson and White (1964) is not optimal subject to the constraint $\text{Diag}(T^{-1}T^{-1'}) = I$. This constraint is enforced only after the target rotation is computed. Secondly, the procedure for obtaining the target depends on finding a good simple structure of the pattern in advance. Using just an orthomax rotation, or even iterative promax procedures like the one by Digman (1966; see Mulaik, 1972, pp. 302–304) may produce a useful target pattern, but these procedures do not guarantee to yield, either the most simple target, or, among a set of equally simple targets, that target that can be approximated best by a rotated pattern.

In the present paper, we propose a modification of the Promax procedure in which a simple target matrix and the target rotation are found simultaneously. As pointed out by an anonymous reviewer, a similar approach has been developed earlier by Shiba (1972), although that study is restricted to orthogonal rotations. Unfortunately, no sources describing this method seem to have appeared in English. In the present paper, it is proposed to find among all simple target matrices that have a specified number of

10.4 不完全プロクラステス法

仮説的因子負荷行列を定めてそれに最も近い解をもとめるという方法は、研究者の側で、分析しようとする変量の間の関係についてすでにかんがりの予備的情報をもっているときに有効な方法である。これによってこそ仮説的因子負荷行列がきめられるからである。しかし、実際の分析をすすめる場合には、分析しようとする変量のすべてについて、因子構造の予想がつくということはむしろ少なく、多くの場合にはその一部には全く予想のつかない変量や、因子が存在するものである。そのようなときに何の根拠もなく仮説的因子構造を定めることはできないので、それらには仮説的な構造をあたえることなく、特定の一部の因子構造だけを仮説的に指定して解がもとめられると都合がよい。

まず、変量が仮説的因子構造をあたえることができるような変量の一群を第1組とし、何ら予備的な情報をもたない他の変量の群を第2組とするように、はっきりわけられる場合を考えてみよう。このとき両者をあわせてえられた初期解として、因子負荷行列

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n_{11}} & a_{n_{12}} & \cdots & a_{n_{1m}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n_1} & a_{n_2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \quad (10.28)$$

がえられたとする。第1組については仮説的因子構造 $\mathbf{C}_1$ を用意することができるから、これをもちいて第1組の因子負荷行列に対してのみプロクラステス法を適用し、回転のための変換行列 $\mathbf{T}_1$ をもとめておく。これをもちいて、第1組、第2組の変量について因子の変換を行なえば、新しくえられる因子負荷行列

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \mathbf{T}_1 \quad (10.29)$$

は少なくとも第1組のために設けられた仮説的因子負荷行列へのプロクラステス法による回転解になっている。因子負荷行列は第2組の変量がそのような因子を設けたときに示す構造をあらわしている。変量をはっきり2群に分けるこ

5.1.6. *Standard errors of rotated factor loadings*

One difficulty in finding standard error formulae for the rotated loadings b_{ik} is that not only the unrotated loadings a_{ik} but also the rotation matrix itself are functions of the data. However, approximate standard errors of the rotated loadings can be obtained by using the delta method from the covariances of the unrotated loadings and the partial derivatives $\partial b_{ik} / \partial a_{j\ell}$ of the rotated loadings with respect to the unrotated loadings. Formulae for the exact derivatives were given, through the use of implicit differentiation, by Archer and Jennrich (1973) for orthogonal rotation, with emphasis on the orthomax family and by Jennrich (1973) for oblique rotation using the generalized Crawford-Ferguson family, which includes the oblimin family. Using a matrix approach, Hayashi and Yung (1999) gave formulae for exact derivatives of orthomax rotated loadings with or without row normalization.

Because an analytically rotated loading matrix optimizes a corresponding function, it satisfies certain conditions. Hence, the maximum likelihood estimates of the analytically rotated loadings are constrained maximum likelihood estimates and their asymptotic standard errors can be obtained by inverting an augmented information matrix (Jennrich, 1974). See also Ogasawara (1998). Of course, the standard errors of rotated loadings can be evaluated using the bootstrap or jackknife methods. Cudeck and O'Dell (1994) reviewed the use of standard error estimates, in particular those for rotated loadings, in factor analysis.

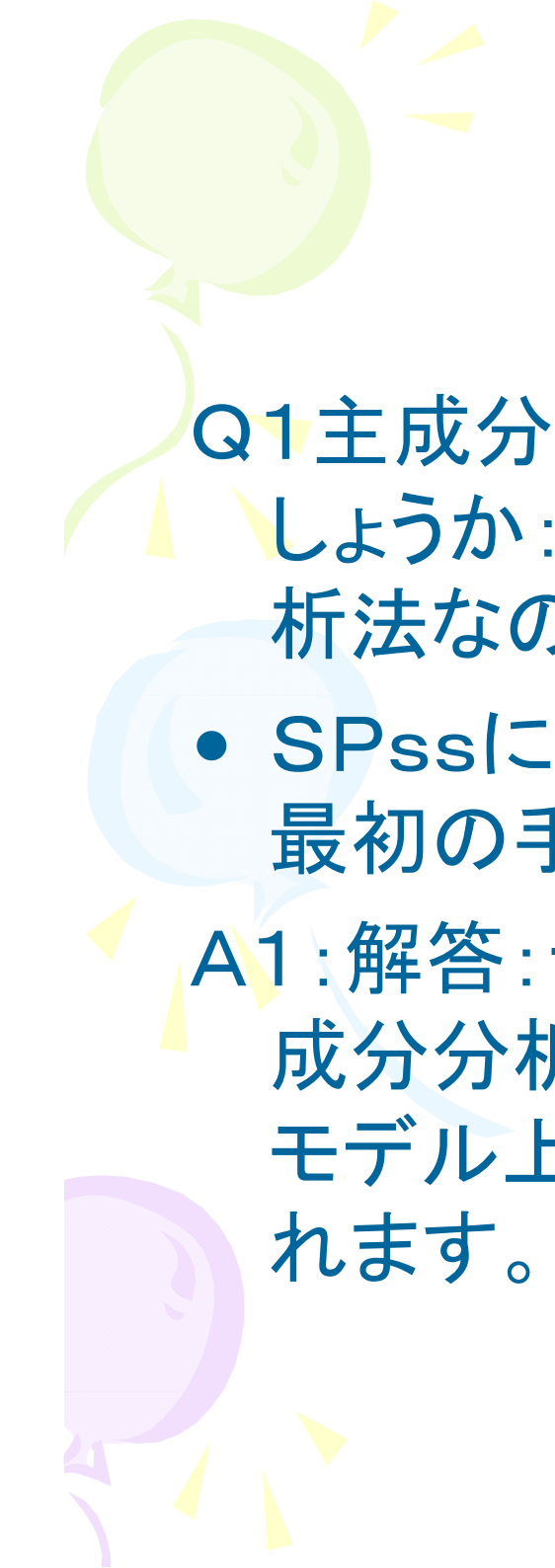
回転後の因子負荷行列の標準誤差を求める方法

Table 4

Varimax rotated factor loadings and their standard error estimates

		Factor 1	Factor 2	Factor 3
1	Extraversion	-0.329 (0.087)	0.473 (0.083)	0.233 (0.077)
2	Activity	-0.262 (0.083)	0.646 (0.070)	0.425 (0.071)
3	Empathy	-0.035 (0.054)	0.021 (0.060)	0.582 (0.062)
4	Novelty	-0.047 (0.066)	0.616 (0.057)	0.043 (0.065)
5	Durability	-0.091 (0.053)	0.034 (0.064)	0.676 (0.056)
6	Regularity	0.040 (0.054)	0.161 (0.063)	0.715 (0.054)
7	Self-revelation	0.156 (0.078)	0.619 (0.057)	0.037 (0.065)
8	Aggressiveness	0.389 (0.092)	0.542 (0.081)	-0.128 (0.070)
9	Lack of cooperativeness	0.454 (0.065)	0.166 (0.085)	-0.159 (0.073)
10	Inferiority feeling	0.630 (0.058)	-0.301 (0.093)	-0.159 (0.068)
11	Nervousness	0.702 (0.047)	0.003 (0.070)	0.241 (0.068)
12	Depression	0.822 (0.038)	0.031 (0.085)	-0.046 (0.060)
	Variance explained by each factor	2.138	1.845	1.676

因子負荷量の標準誤差



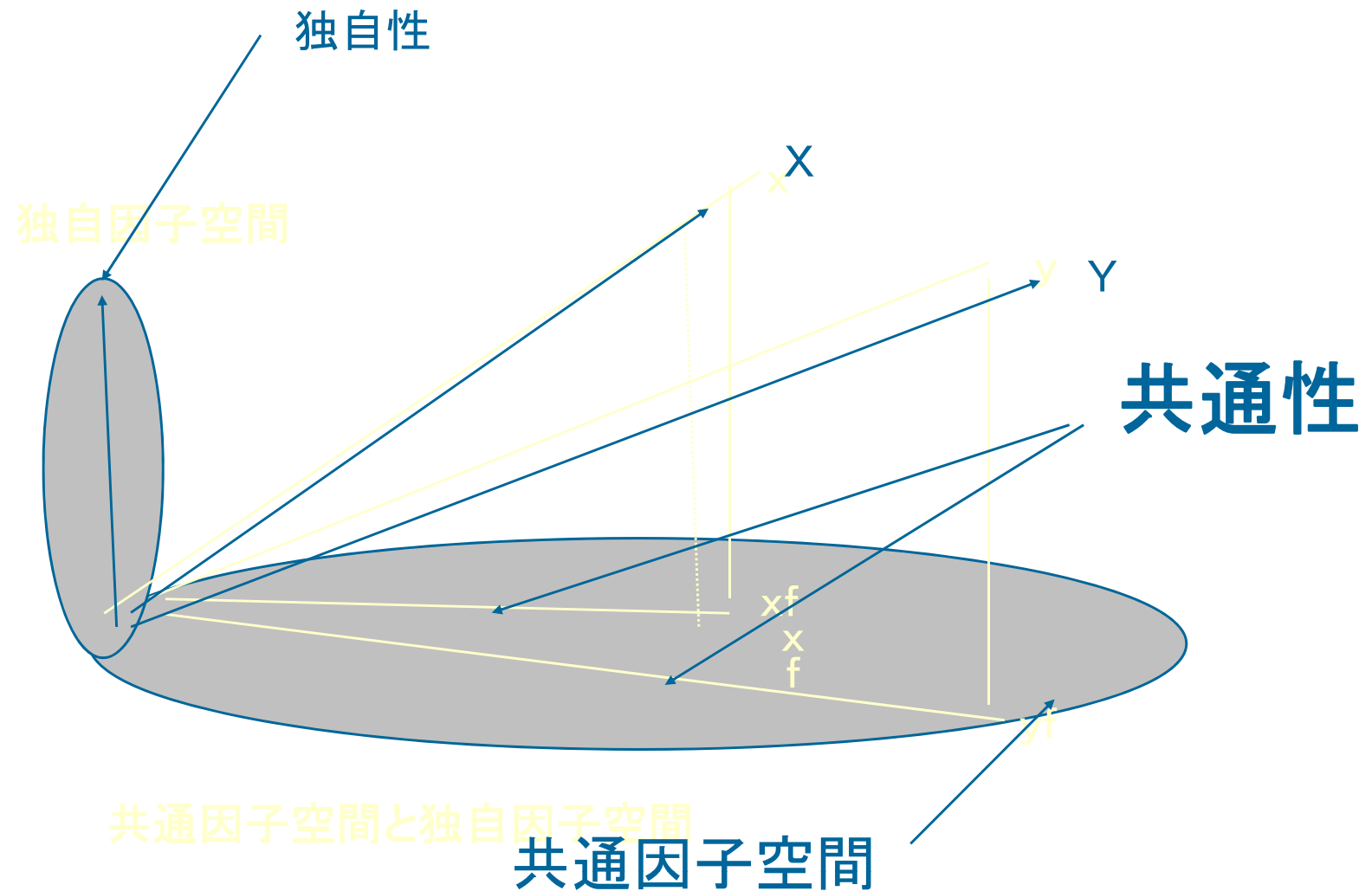
因子分析: Q & A

Q1 主成分分析の特別な場合が因子分析法なのでしょうか: Q1 因子分析法の特別な場合が主成分分析法なのでしょうか

- SPssには主成分分析はデフォルトとして因子分析の最初の手法になっています

A1: 解答: データを因子分析するという観点では、主成分分析は因子分析の特別な場合とみなせますが、モデル上の観点からは、異なる手法であると考えられます。

因子分析のベクトルによる表現



Q1: 因子分析と主成分分析の大きな相違は何でしょう。

- A: 相関係数行列から出発する場合、因子分析では相関係数の対角要素に、共通性の推定値をいれて、固有値、固有ベクトルを求めます。このような因子分析は主因子法(最小二乗法)と呼ばれ、得られた固有値は全て正または0とならず負になることもあります。
- また、対応する正の固有値の大きさは、相関係数行列から出発する主成分分析の法が、
- 主因子分析の場合よりも大きくなります

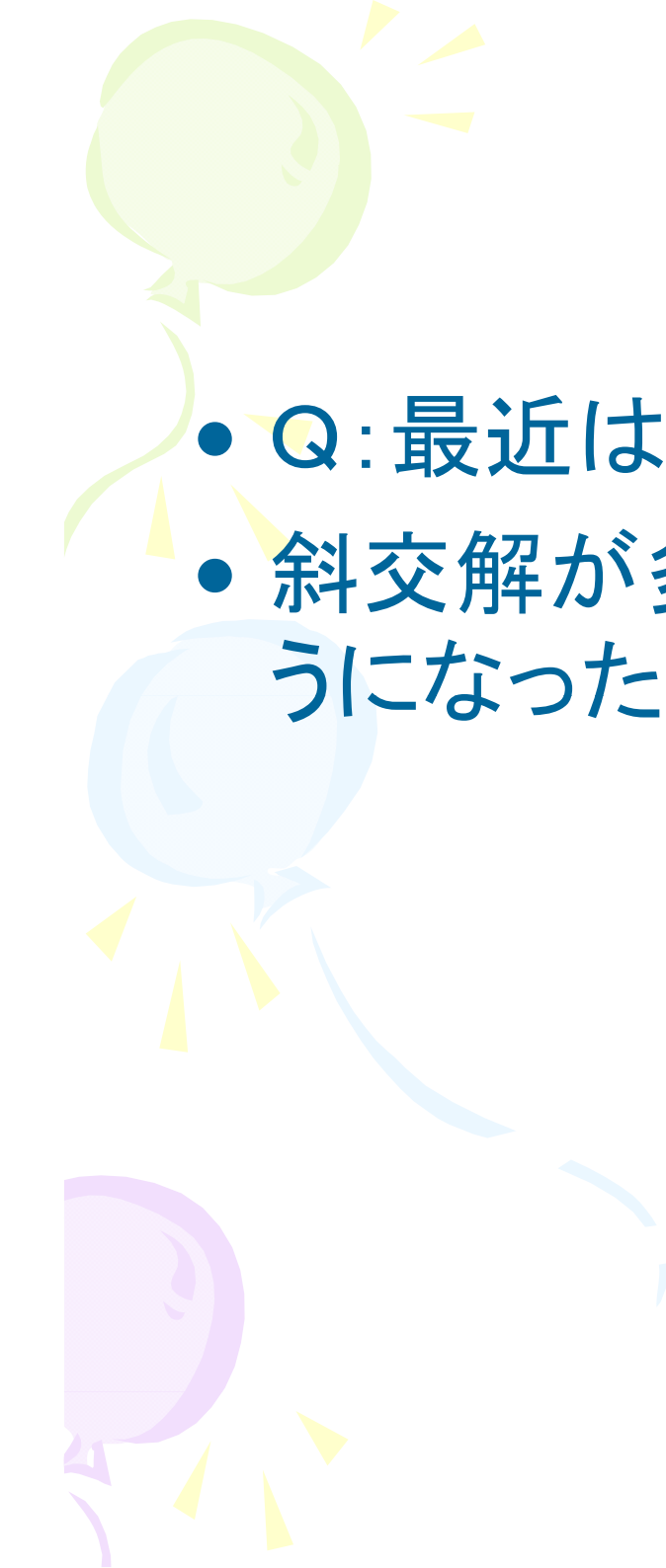
$$r_{xy}=\sqrt{3}/2, r_{yz}=\sqrt{3}/2, r_{xz}=1/2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1 & \sqrt{3}/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} 1-\lambda & \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1-\lambda & \sqrt{3}/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 1-\lambda \end{pmatrix} = -(\lambda-5/2)(\lambda-1/2)\lambda = 0$$

固有値 $5/2, 1/2, 0$ (合計 = 3)

X, Y, Zは2次元空間に収まる



Q2:

- Q: 最近は因子分析の解は、直交解でなく
- 斜交解が多くみられます。斜交解が増えるようになったのはいつごろからでしょうか。

表3 「心理学研究」および「教育心理学研究」において見られる各種因子分析法利用頻度

	1965～69	70～74	75～79	80～84	85～89	90～94	95～99
Ⅰ. 掲載総論文数	284	305	382	512	511	524	458
Ⅱ. 因子分析利用論文数(/A)	23(8.1)	42(13.8)	33(8.2)	66(12.9)	95(18.6)	117(22.3)	130(28.4)
Ⅲ. 因子分析各手法(/B)							
1. セントロイド法	11(47.8)	19(45.2)	3(9.1)	1(1.5)	0 (0)	1(0.8)	0(0)
2. 主因子法	3(13.0)	10(23.8)	16(48.5)	44(66.7)	68(71.6)	70(59.8)	80(61.5)
3. 主成分分析	1(4.3)	1(2.4)	6(18.2)	8(12.1)	12(12.6)	26(22.2)	36(27.7)
4. 最尤法	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0 (0)	0(0)	1(0.8)
5. オーソマックス基準(直交回転)							
5.1. バリマックス法	5(21.7)	21(50.0)	22(66.7)	45(68.2)	67(70.5)	84(71.8)	89(68.5)
5.2. その他	0(0)	0(0)	0(0)	2(3.0)	3(3.2)	1(0.8)	3(2.3)
6. ジェオマックス法	0(0)	1(2.4)	3(9.1)	2(3.0)	1(1.1)	0(0)	1(0.8)
7. プロクラステス法	0(0)	0(0)	2(6.1)	1(1.5)	3(3.2)	7(6.0)	5(3.8)
8. 斜交回転							
8.1. プロマックス法	0(0)	0(0)	3(9.1)	2(3.0)	5(5.3)	15(12.8)	24(18.5)
8.2. オブリミン法	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0 (0)	0(0)	2(1.5)
8.3. その他	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0 (0)	0(0)	2(1.5)

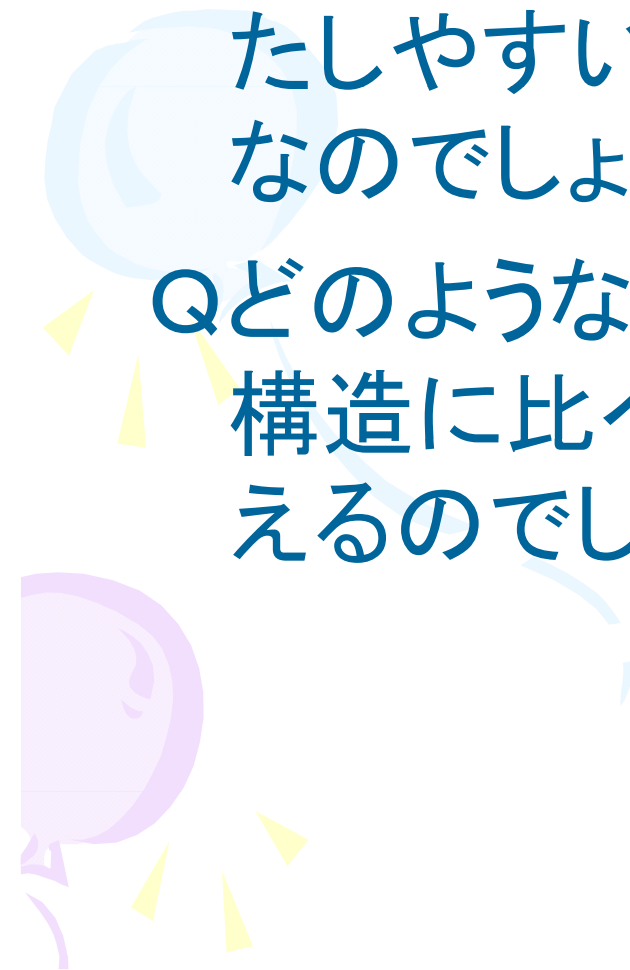
Ⅲ) 内の数値は百分率を表す、ただし(/A)は「A. 掲載論文数」に、(/B)は「B. 因子分析利用論文」に対する百分率であることを示す。本表は、柳井(2000)表1を転載したものである。

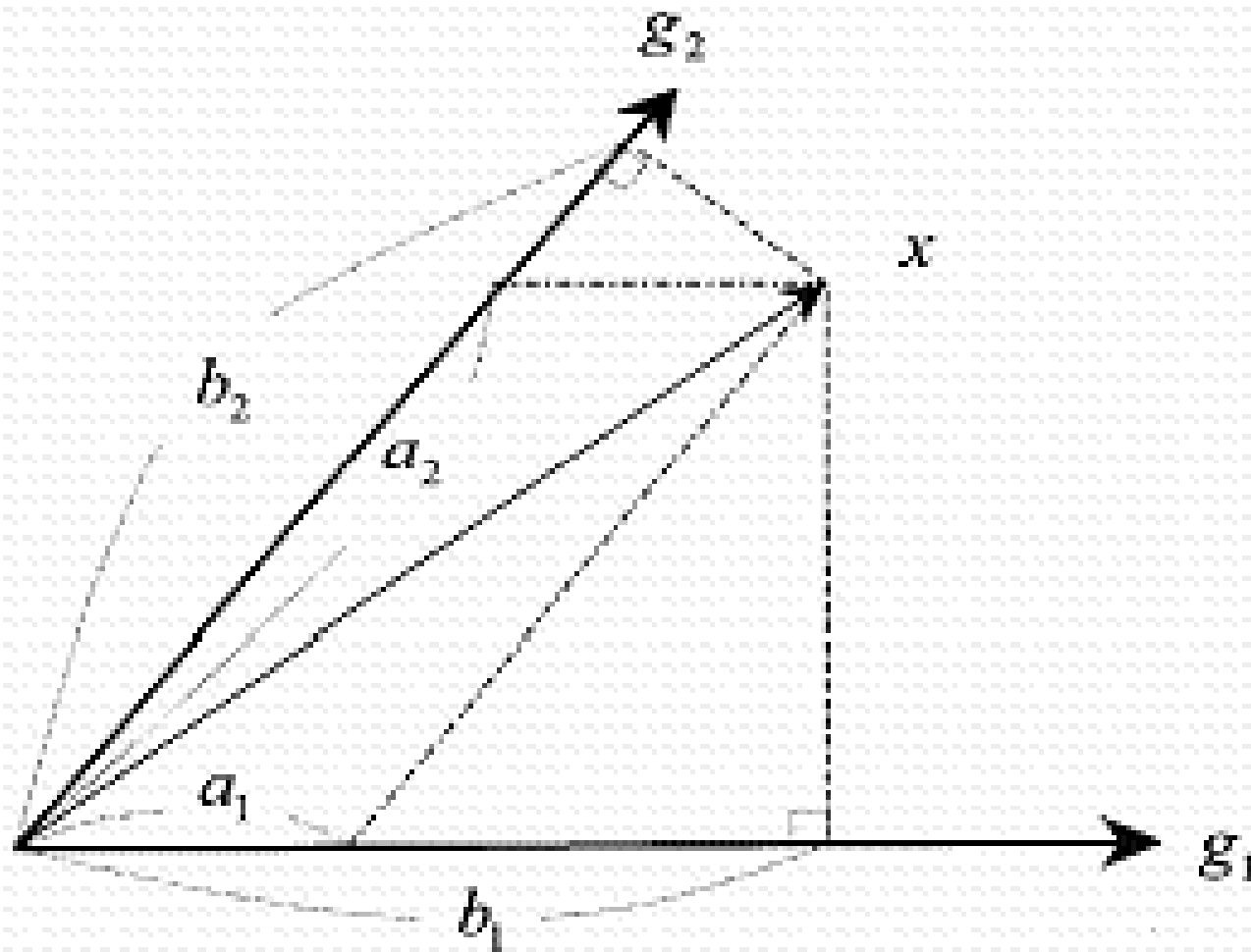


Q3: 因子パターンと因子構造

Q斜交解における因子負荷量として、因子構造に比べ、因子パターンの方が単純構造を満たしやすい解が得られるのはどのような理由なのでしょう。

Qどのような場合でも因子パターンの方が因子構造に比べて単純構造が得られやすいといえるのでしょうか





factor loading (a_1, a_2) and factor structure (b_1, b_2) of a single variable x upon two oblique axes, g_1 and g_2 .

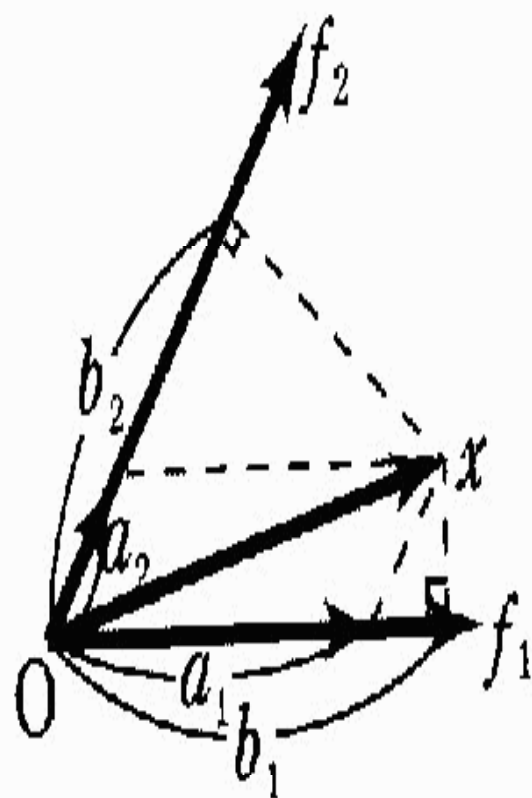


図 1 2つの因子 (f_1, f_2) が
正の相関をもつ場合

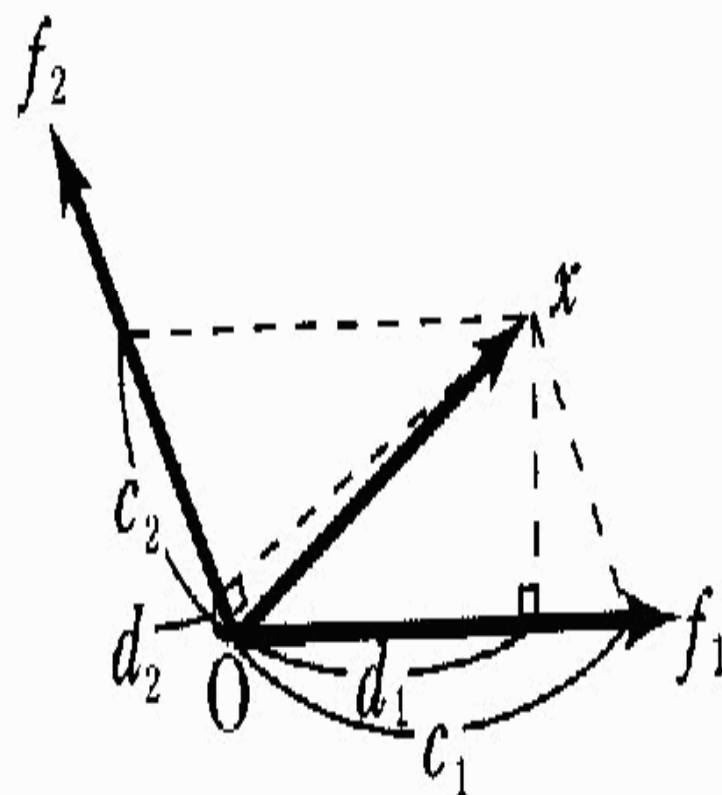


図 2 2つの因子 (f_1, f_2) が
負の相関をもつ場合

斜交回転における因子パターンと因子構造

斜交解においては、

因子負荷量—因子パターンと因子構造に分かれる。

直交解においては、因子パターン＝因子構造

①因子パタン(因子を説明変数と変数を基準変数とした標準回帰係数)

②因子構造(因子と変数の相関係数)

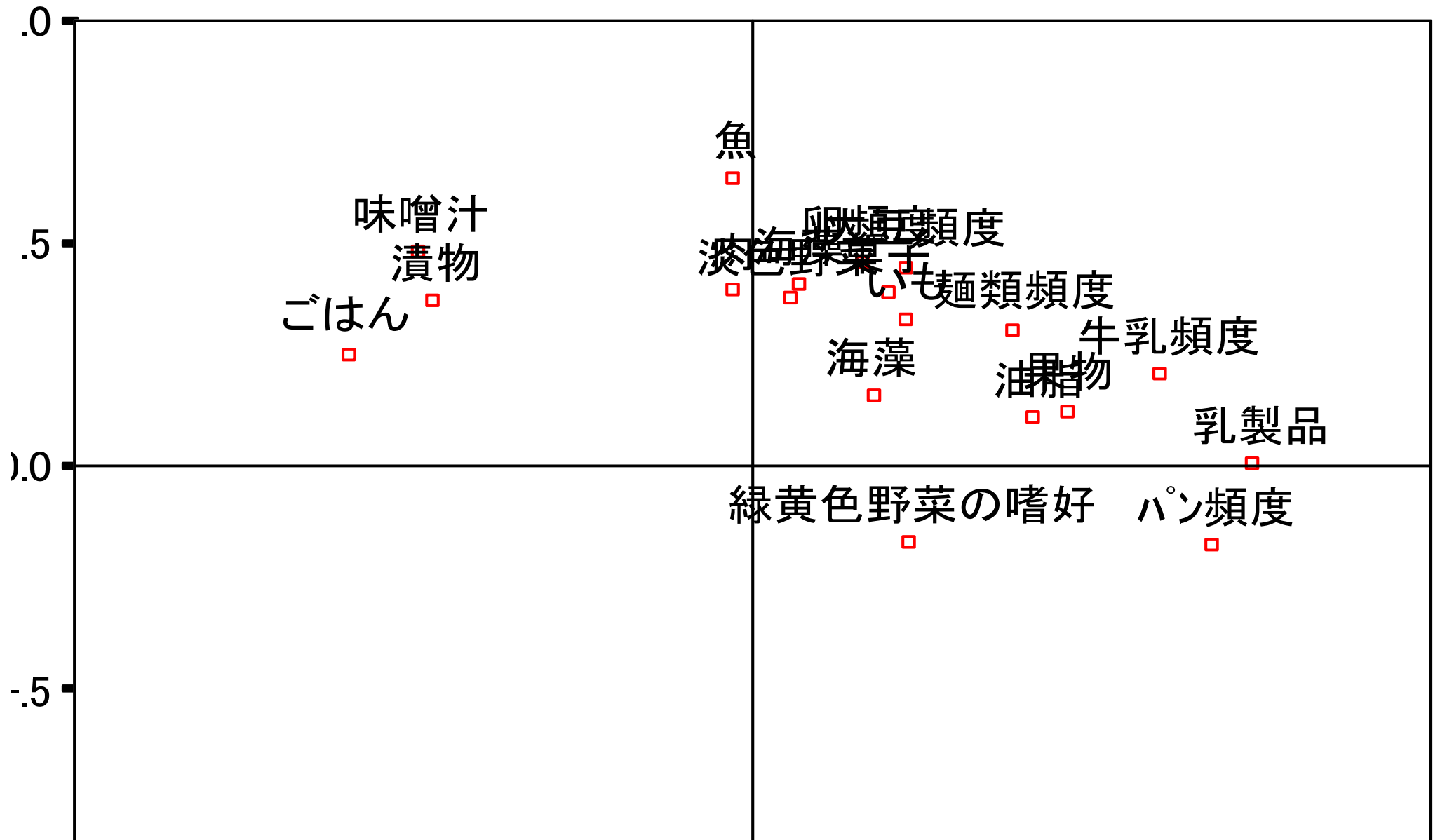
——因子間相関係数が $+$ ($-$)の場合 $\Rightarrow$ 因子パターン(因子構造)がより単純構造を示す

表 10の体格指標のプロマックス斜交回転による因子分析の結果

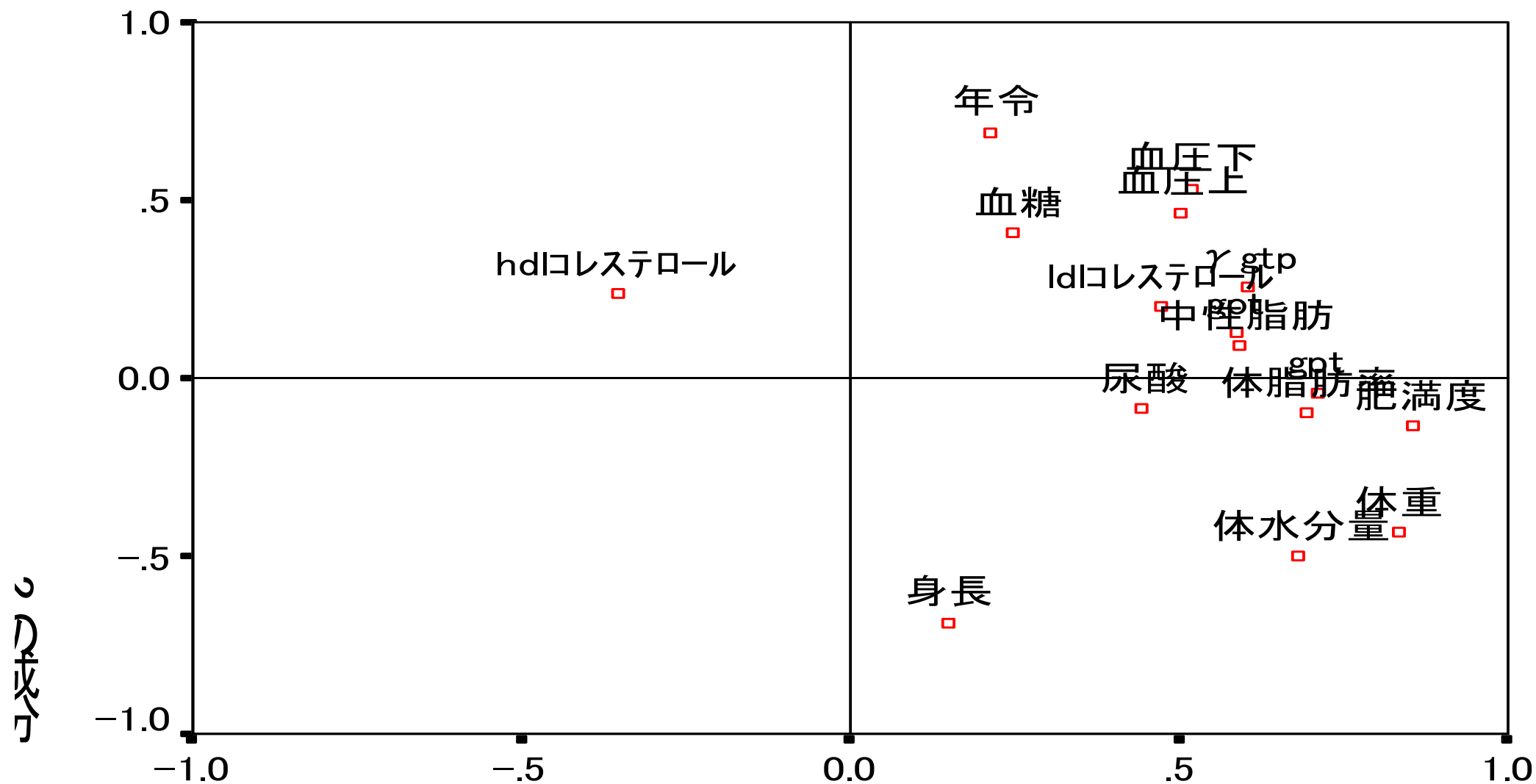
	(a) 因子構造行列			(b) 因子パターン行列			(c) 準拠軸因子構造行列		
	因子1	因子2	因子3	因子1	因子2	因子3	因子1	因子2	因子3
胸幅	0.840	0.354	0.346	0.957	-0.045	-0.168	0.748	0.038	-0.135
胸囲	0.919	0.540	0.581	0.833	0.093	0.073	0.652	0.078	0.058
頸囲	0.794	0.303	0.484	0.812	-0.145	0.096	0.635	-0.122	0.077
体重	0.900	0.679	0.645	0.686	0.277	0.136	0.537	0.232	0.109
腰囲	0.884	0.535	0.717	0.684	0.055	0.309	0.536	0.046	-0.248
身長	0.483	0.939	0.292	0.119	0.980	-0.219	0.093	0.824	-0.176
座高	0.410	0.904	0.451	-0.092	0.909	0.090	-0.072	0.765	0.072
足長	0.442	0.814	0.569	-0.077	0.722	0.284	-0.060	0.608	0.229
足幅	0.498	0.410	0.893	-0.005	0.008	0.892	-0.004	0.007	0.717
手幅	0.552	0.417	0.877	0.091	-0.004	0.828	0.071	-0.003	0.665



成分プロット



成分プロット



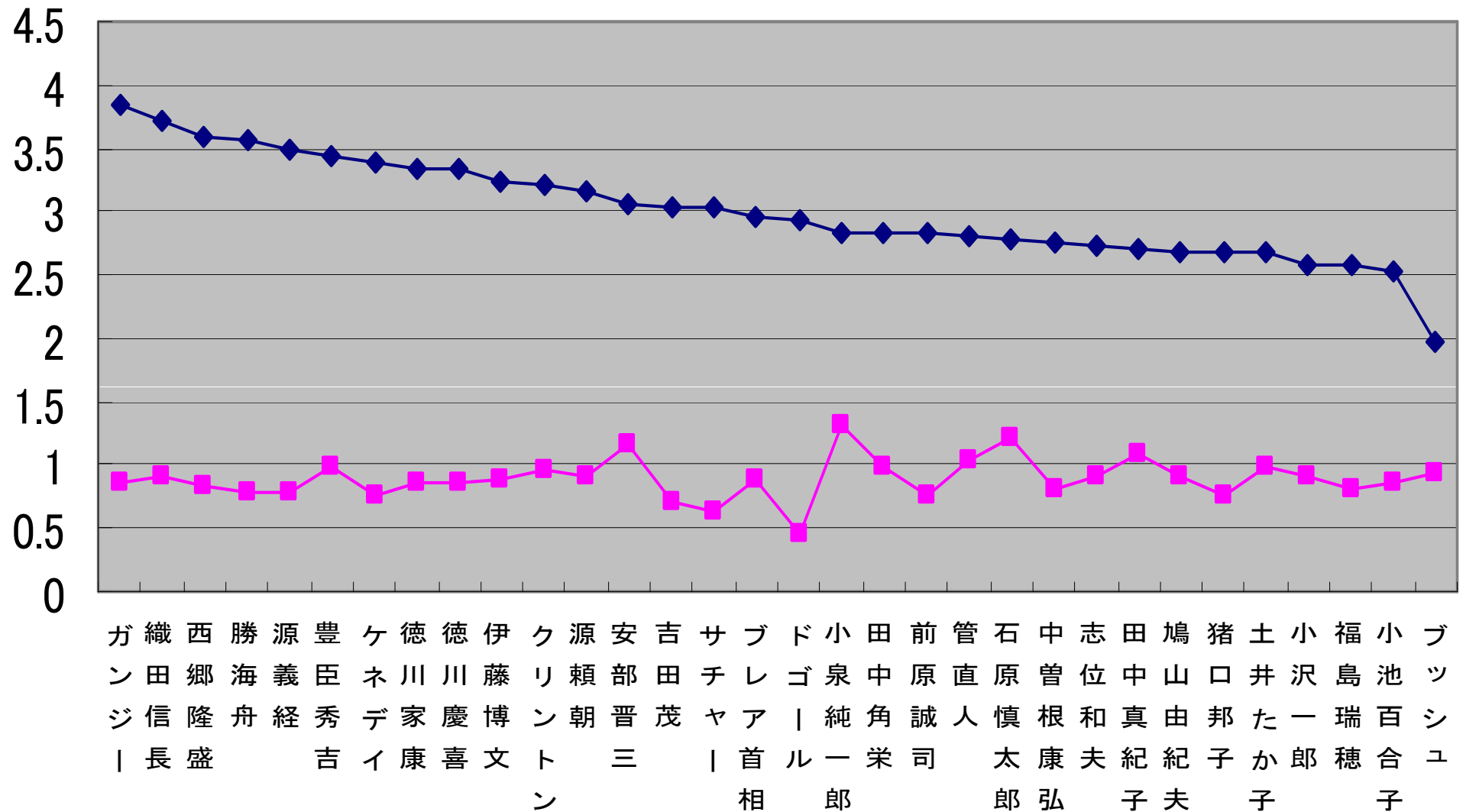
1 の成分



Q4: 因子分析の適用例

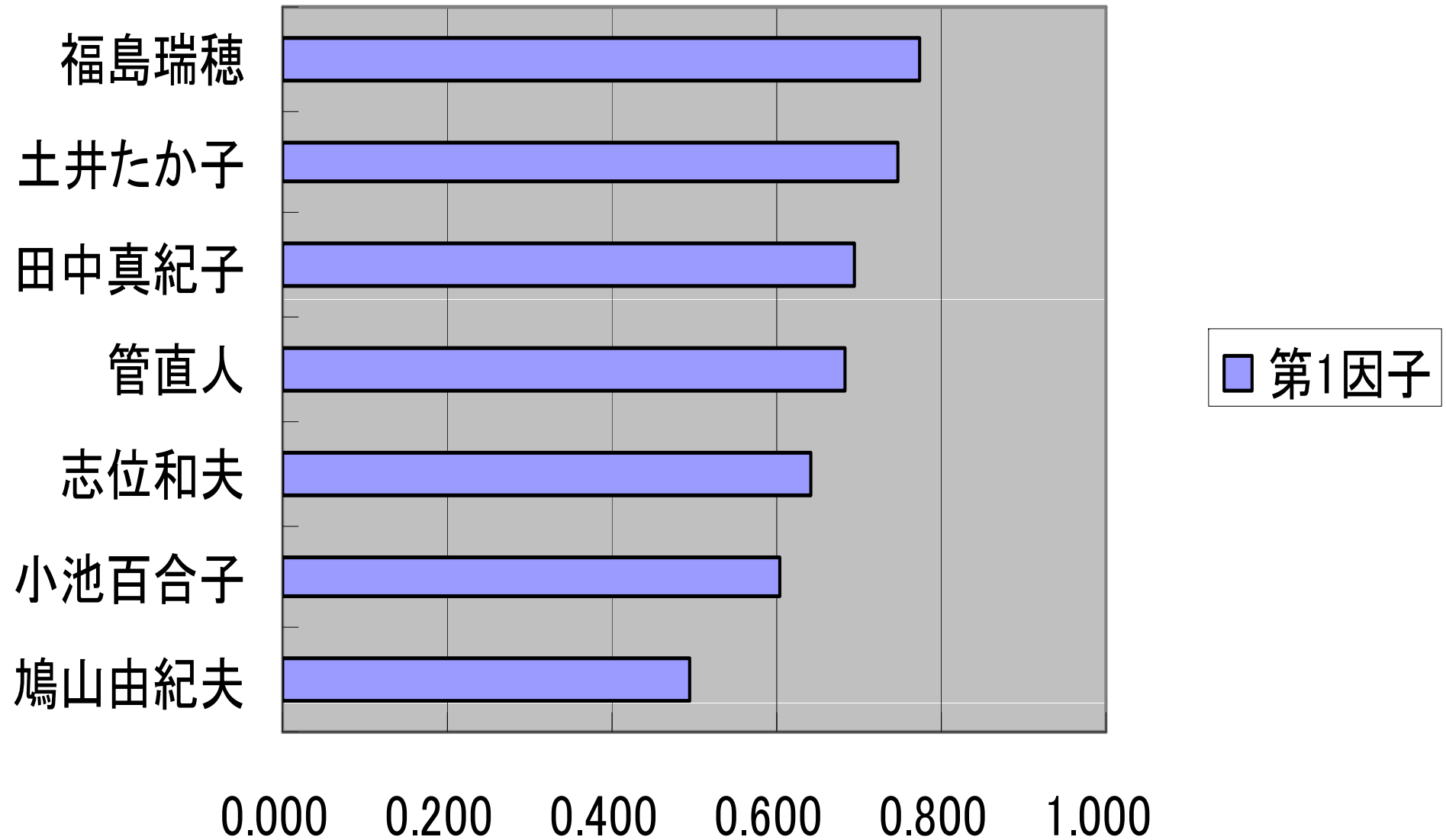
- 5段階尺度による
- 政治家と歴史上の人物の好き嫌い
- 2006年1月に調査を実施

—◆— 平均値 —■— 標準偏差

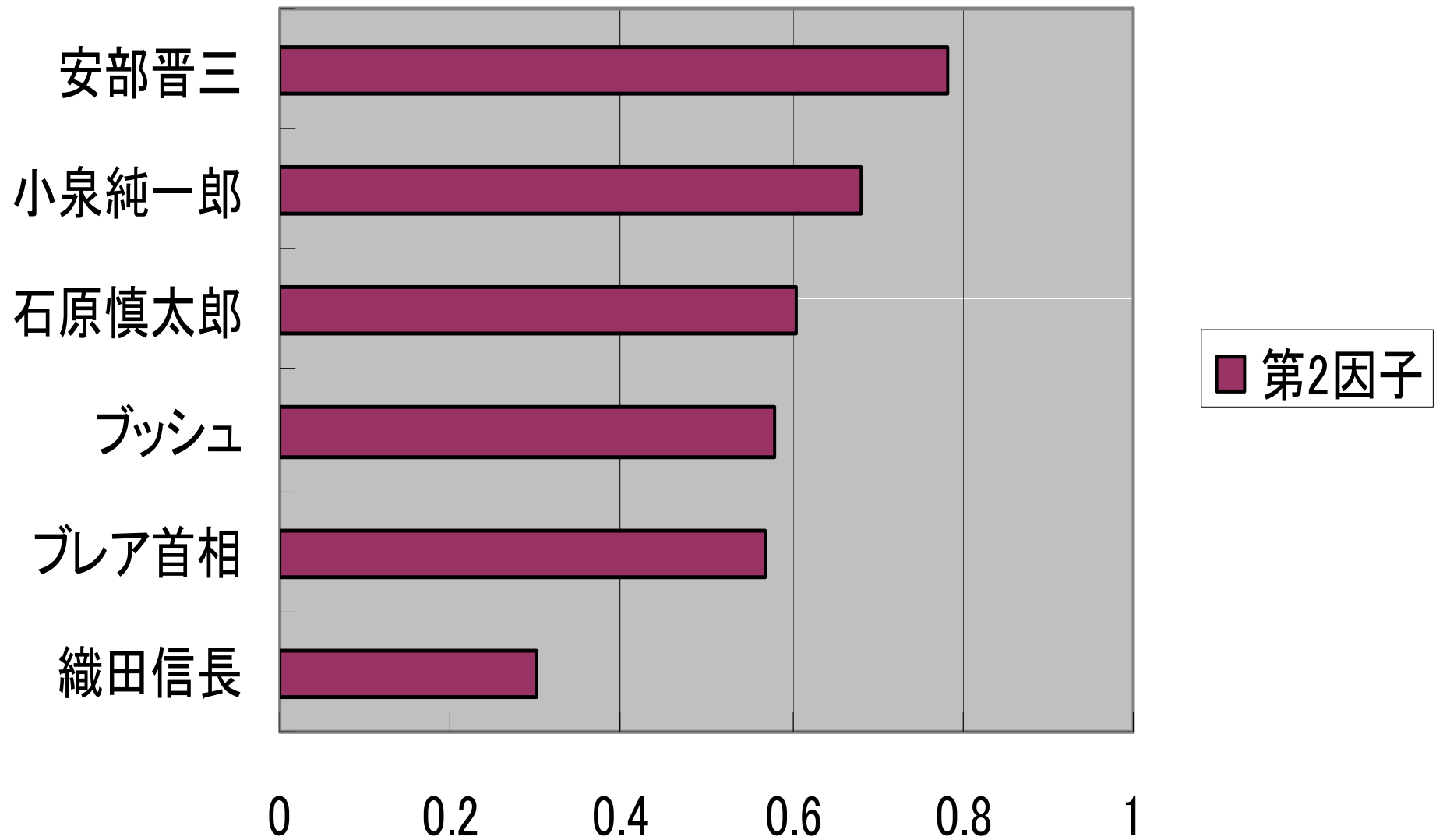


歴史上人物に比べ現代の政治家の方が好き嫌いのバラツキが大きい

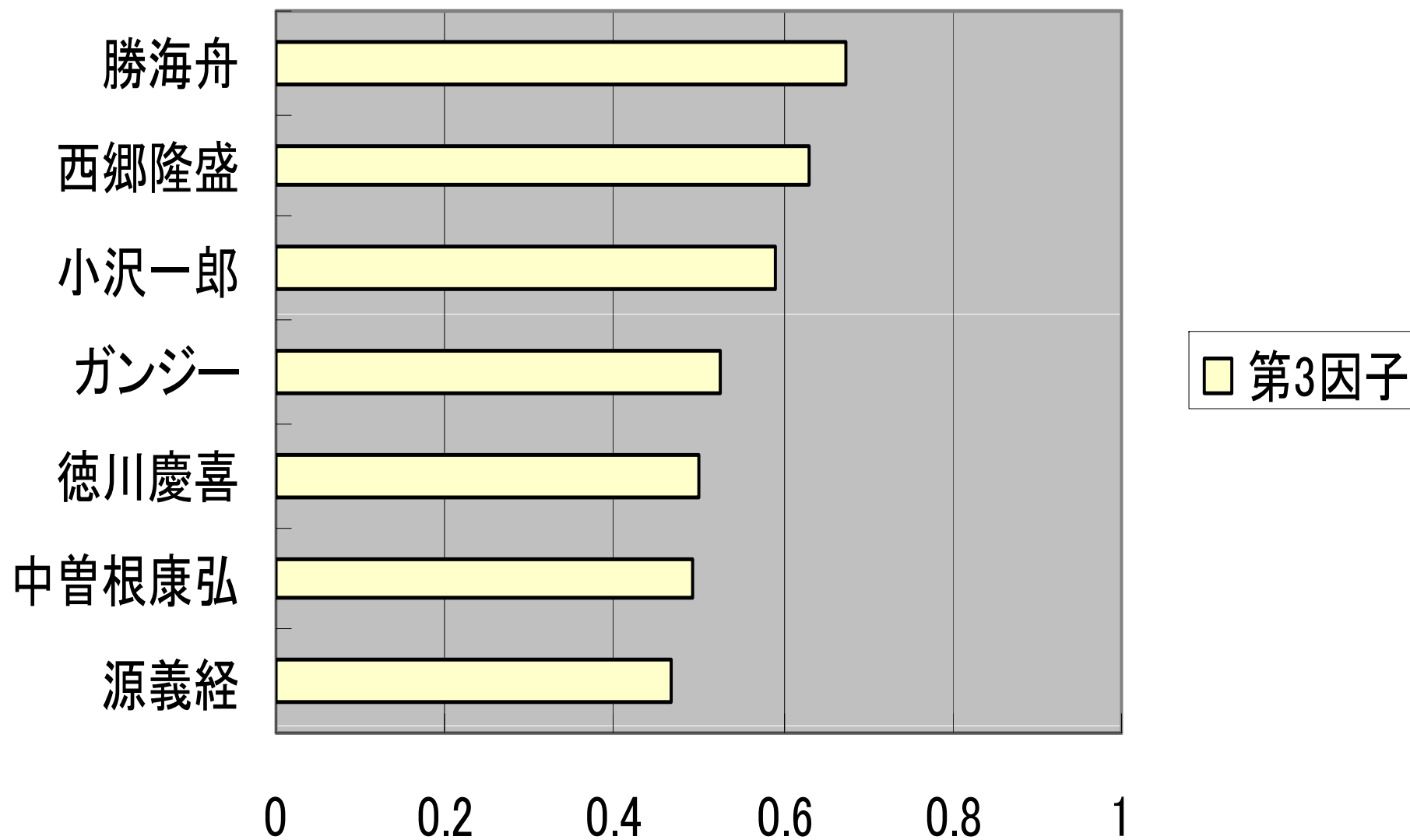
第1因子（プロマックス斜交回転による）



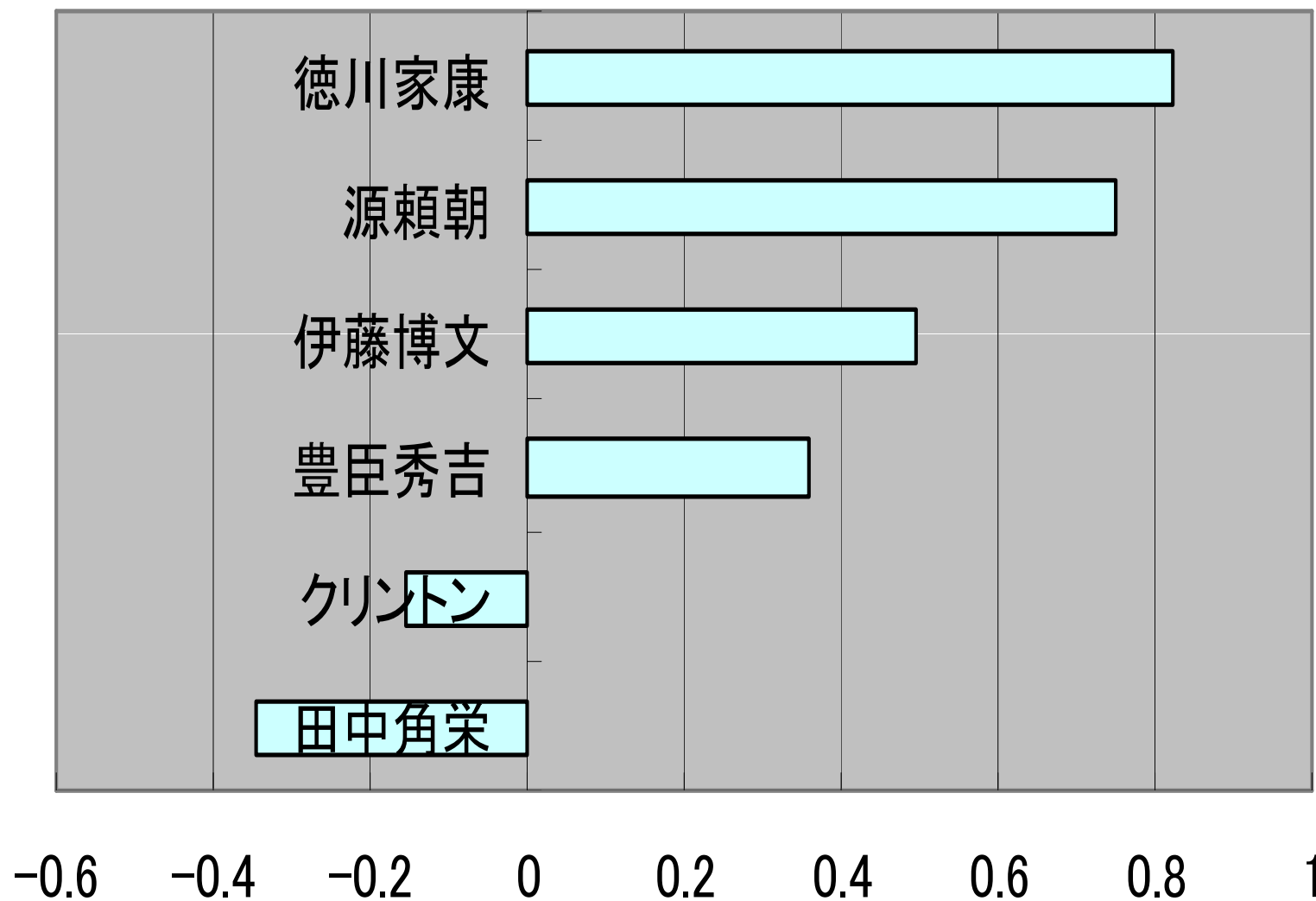
第2因子



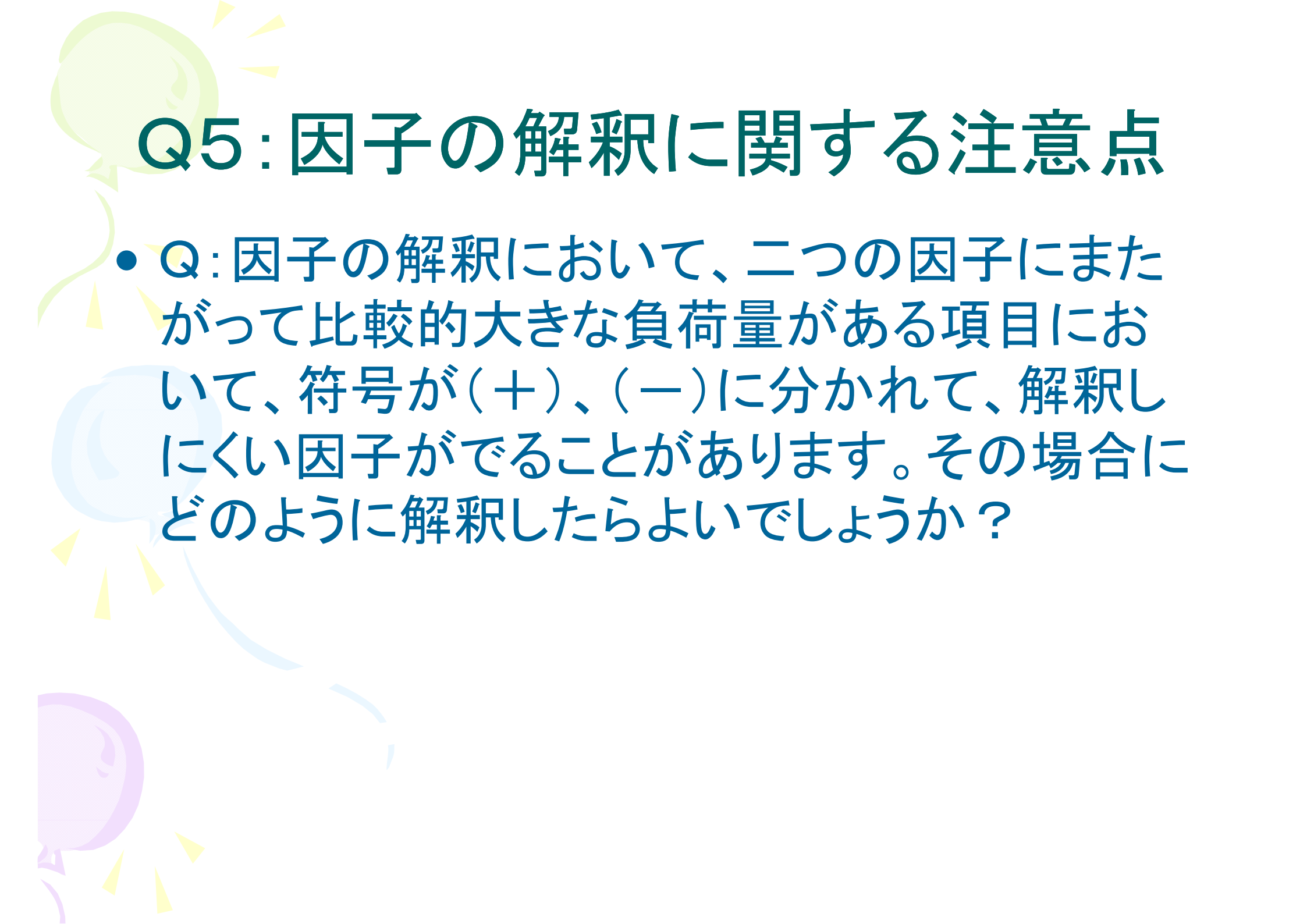
第3因子



第4因子



□ 第4因子



Q5: 因子の解釈に関する注意点

- Q: 因子の解釈において、二つの因子にまたがって比較的大きな負荷量がある項目において、符号が(+)、(-)に分かれて、解釈しにくい因子がでることがあります。その場合にどのように解釈したらよいのでしょうか？

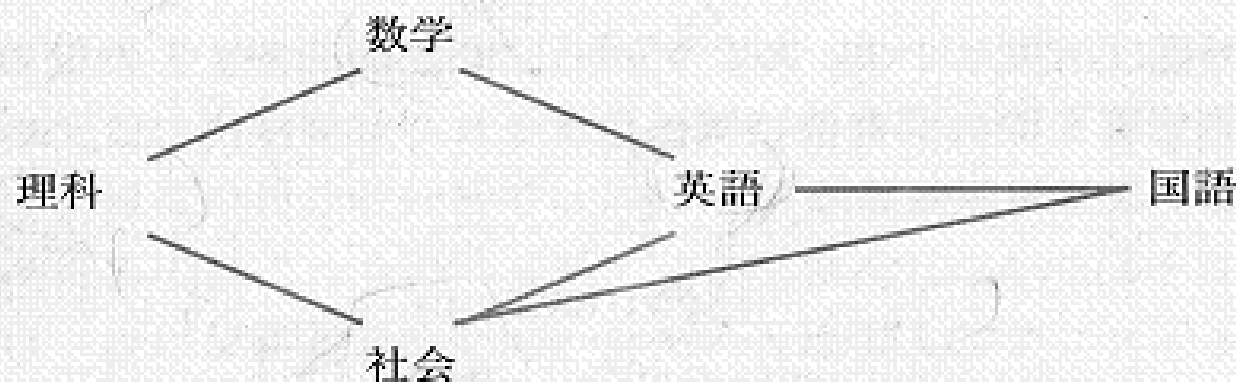
	Component				
	1	2	3	4	5
問 2 2 新規採用者はすぐには溶け込めない	-. 919				
問 1 9 仕事に何の意義も見いだせない	-. 893		. 359		
問 1 8 医師が看護職のことを理解している	. 637				
問 8 人間関係良好	. 495				
問 1 7 かなり良い給料もらっている	-. 347	. 901			
問 1 5 仕事に見合った給料がもらえる		. 772			
問 9 昇給制度に満足		. 614			. 315
問 1 給料に不満		-. 609	. 483		
問 1 0 管理と業務のギャップあり		-. 578			
問 1 4 向上の機会が与えられている			. 822		
問 2 0 病院管理の意思決定に参加できる			. 628		
問 3 看護方法に満足			. 607		
問 2 助け合い協力			. 564	. 471	
問 2 1 再び看護の道に進む	. 497			-. 713	
問 6 職員と管理者は協力する				. 667	
問 1 1 患者ケアの問題に関して話し合える				. 590	
問 5 重要な決定下す自由				. 565	
問 7 専門職の看護とは異なること要求					. 786
問 1 6 事務的仕事が多すぎる			-. 547		. 752
問 1 3 仕事量多すぎ					. 723
問 1 2 この病院で働きたい	. 323	. 377			. 398
問 4 知識技術要らない			. 307		-. 367

表 2 共通1次学力試験5教科間の偏相関係数（1979年）

	国語				
社会	0.237	社会			
数学	-0.049	-0.003	数学		
理科	0.114	0.382	0.456	理科	
英語	0.294	0.279	0.250	109	英語

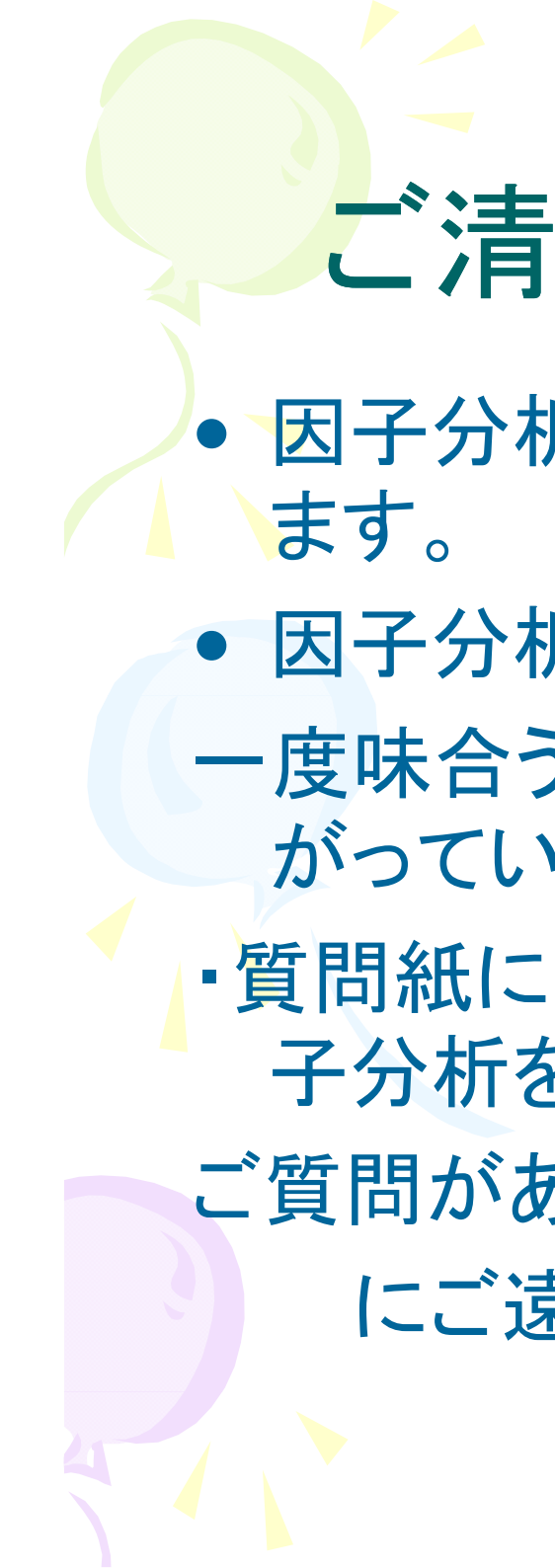
それに基づいた図を描くと、次のようになります。

そ:



共分散選択

繁桝・柳井・森(2009)Q&Aで知る統計
データ解析、サイエンス社、より引用



ご清聴ありがとうございました

- 因子分析は理論的にも多くの未解決の問題があります。
- 因子分析の応用（因子解釈）の楽しさを一度味合うと、因子分析の応用の範囲は自然と広がっていきます。
- 質問紙によるテスト尺度構成を行う場合は、まず因子分析を行ってください。

ご質問がありましたら、 hyanai@slcn.ac.jp
にご遠慮なくメールをください。